



Delft University of Technology
Faculty of Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science
Delft Institute of Applied Mathematics

**Ambulancelocaties bepalen met een benadering van
het hypercube model**

**(English title: Determine ambulance locations with the
approximate hypercube model)**

Thesis submitted to the
Delft Institute of Applied Mathematics
in partial fulfillment of the requirements

for the degree

**BACHELOR OF SCIENCE
in
APPLIED MATHEMATICS**

by

L.H.Z. de Miranda

**Delft, The Netherlands
June 2018**



BSc thesis Applied Mathematics

“Ambulancelocaties bepalen met een benadering van het hypercube model”
(English title: “Determine ambulance locations with the approximate hypercube model”)

L.H.Z. de Miranda

Delft University of Technology

Supervisor

Dr.ir. J.T. van Essen

Thesis committee

Dr.ir. W.G.M. Groenevelt Dr. J.G. Spandaw

June, 2018

Delft

Voorwoord

Deze scriptie is ingeleverd als laatste onderdeel van de bachelor Technische Wiskunde aan de Technische Universiteit Delft. Voor de technische toepassingen op medisch gebied heb ik altijd al belangstelling gehad. Aangezien ik optimaliseren een interessant vakgebied vind, sprak het mij erg aan om optimalisatie te combineren met de medische wereld.

Graag zou ik mijn begeleider Dr. ir. J.T. van Essen willen bedanken voor alle hulp en steun tijdens dit onderzoek. Ook wil ik de beoordelingscommissie bedanken voor het beoordelen van deze scriptie.

Samenvatting

De locaties van ambulancestationen zijn van belang bij het redden van levens. Dit onderzoek beschrijft een Mixed Integer Linear Programming (MILP) model die de optimale locaties van ambulances bepaald zodat het dekkingsniveau maximaal is. Het dekkingsniveau is het percentage van het totale aantal oproepen waarbij een ambulance binnen een bepaalde vaste tijd op de locatie van het incident kan zijn. Het model houdt rekening met de kans dat een ambulance bezet kan zijn en de reistijden die afhankelijk zijn van de locatie van de ambulance en het incident. Er wordt ook rekening gehouden met de kans dat een ambulance op een oproep reageert. Deze kans wordt bepaald met een benadering van het zogeheten hypercube model. Hierbij wordt aangenomen dat de kans dat een ambulance reageert op een oproep onafhankelijk is van andere ambulances. In werkelijkheid is dit niet zo, daarom moet dit worden gecorrigeerd met correctiefactoren. Welke ook bepaald worden met het hypercube model. Het MILP-model is in dit onderzoek toegepast op twee regio's in Nederland. Er is gekeken naar de optimale locaties om ambulances te plaatsen en het maximale dekkingsniveau. Het MILP-model is op een aantal regio's toegepast met en zonder de correctiefactoren. Hieruit blijkt dat het dekkingsniveau hoger is bij het plaatsen van de ambulances met behulp van het MILP-model zonder de correctiefactoren en dat het MILP-model niet geschikt is voor grote datasets.

Inhoudsopgave

Samenvatting	7
1 Inleiding	9
2 Literatuuroverzicht	11
3 Methode	13
3.1 Fractie van tijd dat een ambulance bezet is	13
3.2 Verzendkansen	15
3.2.1 Kans dat n ambulances bezet zijn	15
3.2.2 Correctiefactor	16
3.3 Hypercube model	18
3.4 Het MILP-model	20
3.4.1 Het iteratief proces	23
4 Resultaten	24
5 Conclusie en Discussie	32
6 Bronnenlijst	34
A Verdeling ambulances voor de regio Gooi en Vechtstreek	35
B Code data importeren	38
C Code hypercube model	40
D Code voorkeurslijsten	44
E Code MILP-model	45

1

Inleiding

Het kan levens redden als een ambulance zo snel mogelijk op de locatie van een ongeval is, bijvoorbeeld bij een hartaanval waarbij elke seconde telt. In Nederland zijn 675 ambulances verdeeld over 25 verschillende ambulance regio's met ruim 1 miljoen oproepen per jaar. In Nederland wordt onderscheid gemaakt tussen twee soorten oproepen, levensbedreigende en niet-levensbedreigende oproepen. Bij een levensbedreigende oproep moet binnen 15 minuten een ambulance op de betreffende locatie zijn. Is de oproep niet-levensbedreigend dan moet de ambulance binnen 30 minuten op locatie zijn. Dit wordt ook wel de aanrijtijd genoemd. De plek van het incident wordt de oproeplocatie genoemd.

Elke ambulance kan een bepaald gebied bereiken binnen de aanrijtijd. Zodra een oproep binnen dat gebied valt, moet een ambulance van het dichtstbijzijnde station naar de locatie rijden. Echter, het kan voorkomen dat alle ambulances van dit station bezet zijn waardoor een ambulance van een verder gelegen station moet komen. Hierdoor kan het voorkomen dat de aanrijtijd van 15 of 30 minuten niet altijd gehaald wordt. Het dekkingsniveau is het percentage van het aantal oproepen dat binnen de aanrijtijd gehaald wordt. Een dekkingsniveau van 100% betekent dat voor alle oproepen een ambulance binnen de aanrijtijd op de locatie van het incident is. In Nederland ligt het dekkingsniveau rond de 95%. Er wordt natuurlijk gestreefd naar een dekkingsniveau van 100%.

In dit onderzoek wordt getracht om het dekkingsniveau te maximaliseren. Het is hierbij van belang om in kaart te brengen waar alle ambulances gestationeerd zijn en welke ambulance naar welke oproep gestuurd wordt. Een methode die hiervoor wordt gebruikt is een Mixed Integer Linear Programming (MILP) model. Dit MILP-model plaatst de ambulances en voorziet elke oproeplocatie van een voorkeurslijst. Zodra een incident zich voordoet, wordt in de voorkeurslijst van de betreffende locatie gekeken welke ambulance de hoogst beschikbare voorkeur heeft. Dit is vastgelegd in het zogeheten verzendbeleid. Vervolgens wordt een ambulance met spoed naar de oproeplocatie gestuurd.

Het MILP-model moet een zo realistisch mogelijk beeld van de werkelijkheid weergeven zodat het dekkingsniveau niet alleen theoretisch, maar vooral in de praktijk behaald wordt. Aangezien een ambulance niet altijd beschikbaar is, wordt de kans berekend dat een ambulance bezet is. Die kans wordt berekend met een benadering van het zogeheten hypercube model. De uitkomsten hiervan worden vervolgens als constante waarden gebruikt in het MILP-model.

Om de uitkomsten van het hypercube model zo realistisch mogelijk te maken moet rekening gehouden worden met een aantal aspecten. Allereerst kunnen meerdere ambulances op een station geplaatst worden. Vervolgens wordt de werkdruk per ambulance bekeken, aangezien niet elke ambulance evenveel bezet is. Als dat wel aangenomen zou worden, zou het model minder realistisch zijn. Daarnaast moet ook rekening gehouden worden met de servicetijd. De servicetijd bevat de reistijd van het ambulancestation naar de locatie van het incident, de tijd die vervolgens nodig is om de patiënt op locatie te behandelen,

de tijd die daarna nodig is om de patiënt eventueel naar het ziekenhuis te brengen en de reistijd weer terug naar het ambulancestation. De servicetijd hangt af van zowel de locatie van het ambulancestation als de oproeplocatie en dat wordt meegenomen in het model. Tot slot moet rekening gehouden worden met het feit dat ambulances niet onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen. Dit wordt gecorrigeerd met correctiefactoren. Deze worden gebruikt in een MILP-model en berekend met het hypercube model.

Dit onderzoek moet een bijdrage leveren bij het overzichtelijk uitwerken van het hypercube en MILP-model zodat het meteen toepasbaar is. Het onderzoek bevat een literatuuroverzicht gegeven in hoofdstuk 2. Hierin wordt de gebruikte wetenschappelijk literatuur van dit onderzoek beschreven. Vervolgens wordt de methode van dit onderzoek beschreven in hoofdstuk 3. Hierin worden het hypercube en MILP-model verder uitgewerkt. Daarna worden de resultaten van dit onderzoek beschreven in hoofdstuk 4. Tot slot wordt in hoofdstuk 5 een gefundeerde conclusie en discussie beschreven.

2

Literatuuroverzicht

In dit onderzoek wordt een MILP- en hypercube model beschreven zodat de ambulances optimaal geplaatst worden en dat een ambulance verzonden kan worden vanaf de optimale locatie als deze nodig is. Hierbij wordt rekening gehouden met de kans dat een ambulance bezet is en dat de servicetijd afhangt van de locatie van het ambulancestation en de oproep. Er mogen meerdere ambulances op een ambulancestation geplaatst worden. Er wordt gebruikt gemaakt van een $M/M/s/0$ systeem. Dit is een stochastisch proces. De eerste M staat voor de kansverdeling van de oproepen, de tweede M staat voor de kansverdeling van de servicetijden, de s staat voor het aantal ambulances in het systeem en de 0 staat voor de lengte van de wachtrij in het systeem. De letter M representeert een Markovketen waarbij de oproepen Poisson verdeeld zijn en de servicetijden exponentieel verdeeld zijn. Als er een oproep is en alle servers zijn bezet, dan is die oproep verloren en wordt die niet meer behandeld. Dit komt doordat de lengte van de wachtrij 0 is in het systeem.

In Larson (1975) wordt gebruik gemaakt van een $M/M/s/0$ en een $M/M/s/\infty$ systeem. Voor beide systemen bepalen de onderzoekers de kans dat een ambulance reageert op een oproep. Daarbij worden correctiefactoren gebruikt, net als in dit onderzoek. Deze worden gebruikt om de fout te corrigeren die gemaakt wordt bij de aanname dat alle ambulances onafhankelijk van elkaar op oproepen reageren. Ook wordt in Larson (1975) gezorgd voor een balans van de werkdruk, dit wordt gedaan met behulp van een iteratief proces. In dit onderzoek wordt ook gezorgd voor een balans van de werkdruk. In het onderzoek van Larson (1975) en dit onderzoek zitten wel een aantal verschillen. In Larson (1975) kan er maximaal één ambulance op een station staan. In dit onderzoek kunnen meerdere ambulances op een station geplaatst worden. Ook nemen de onderzoekers van Larson (1975) aan dat de servicetijden onafhankelijk zijn van de locatie van de oproep en het ambulancestation. In werkelijkheid is de servicetijd zowel afhankelijk van de oproeplocatie als de locatie van het ambulancestation. In dit onderzoek wordt daar rekening mee gehouden.

Jarvis (1985) werkt verder op Larson (1975). In Jarvis wordt een systeem gebruikt waarbij er meerdere ambulances op een station geplaatst kunnen worden. In Jarvis (1985) wordt ook onderscheid gemaakt tussen verschillende soorten oproepen. In het artikel beschrijven de onderzoekers hoe de werkdruk van de ambulances bepaald kan worden. Daarbij wordt rekening gehouden dat niet elke ambulance evenveel bezet is. Vandaar dat de onderzoekers voor elk ambulancestation de werkdruk per ambulance bepalen. Met die werkdruk van de ambulances wordt de kans dat een ambulance reageert op een oproep bepaald. Om het realistisch te maken bepalen de onderzoekers correctiefactoren en wordt aangenomen dat de servicetijd afhankelijk is van de oproeplocatie en de locatie van het ambulancestation. In dit onderzoek wordt dat ook gebruikt.

In Budge, Ingolfsson en Erkut (2009) wordt weer verder gewerkt op Jarvis (1985). Ook hier wordt een

systeem gebruikt waar meerdere ambulances op een station geplaatst kunnen worden. Als er een oproep komt wanneer alle ambulances bezet zijn, is die oproep verloren. In Budge et al. (2009) beschrijven de onderzoekers een benadering van het hypercube model. Met het hypercube model wordt de kans dat een ambulance reageert op een oproep bepaald en wordt de werkdruk verdeeld. Hierbij gebruiken de onderzoekers de correctiefactoren die bepaald zijn in Larson (1975) en Jarvis (1985). Omdat in Budge et al. (2009), net als in Jarvis (1985), rekening wordt gehouden met de servicetijden die afhankelijk zijn van de locaties, verandert de gemiddelde servicetijd in iedere iteratie van het hypercube model. Doordat de gemiddelde servicetijd verandert, veranderen meerdere waarden die afhankelijk zijn van de gemiddelde servicetijd.

In Ansari, McLay en Mayorga (2017) wordt een iteratief proces beschreven dat bepaalt op welke locaties de ambulances geplaatst moeten worden. Het iteratieve proces bestaat uit een MILP-model en het hypercube model zoals beschreven staat in Budge et al. (2009). Het MILP-model bepaalt de ambulancelocaties. Dit wordt gedaan aan de hand van de gemiddelde fractie van tijd dat een ambulance bezet is. Die gemiddelde fractie van tijd bepaalt de kans dat een ambulance reageert op een oproep, deze wordt gecorrigeerd door de correctiefactoren. Het hypercube model bepaalt de nieuwe correctiefactoren en kansen dat een ambulance bezet is. Deze nieuwe waarden worden dan weer in het MILP-model gebruikt om opnieuw de ambulancelocaties te bepalen. Als een gebied uit meerdere districten bestaat is het model dat beschreven wordt nog steeds makkelijk te gebruiken, doordat in het MILP-model de voorwaarde is toegevoegd dat de districten aan elkaar moeten grenzen. In dit onderzoek wordt hetzelfde iteratieve proces gebruikt, echter wordt er geen rekening gehouden met de districten.

3

Methode

In dit hoofdstuk worden de modellen beschreven die nodig zijn om het dekkingsniveau te optimaliseren. Om ervoor te zorgen dat het dekkingsniveau zo hoog mogelijk is, moeten de ambulances op een optimale locatie geplaatst worden. Dat wordt gedaan met behulp van het MILP-model. De s ambulances die verdeeld kunnen worden over I ambulancestationen moeten J oproeplocaties bedienen. Het aantal ambulances op station i wordt aangegeven met s_i . Oproepen van locatie $j \in J$ worden gegenereerd via een Poissonverdeling met een snelheid van λ_j . De snelheid van de oproepen van alle oproeplocaties tezamen wordt gegeven door $\lambda = \sum_{j=1}^J \lambda_j$. De gemiddelde servicetijd voor ambulance i die nodig is om een oproep van locatie j te behandelen wordt aangegeven met τ_{ij} . De gemiddelde servicetijd bevat de reistijd van station i naar locatie j , de tijd die nodig is op locatie j om hulp te verlenen, het eventuele vervoer naar een ziekenhuis en de reistijd die de ambulance nodig heeft om weer terug te keren naar het ambulancestation. Wanneer er een oproep komt, gaat deze oproep verloren als alle ambulances bezet zijn. In dit onderzoek komt een dergelijke verloren oproep niet in een wachtrij te staan maar wordt ad hoc geholpen bijvoorbeeld door een ambulance uit een andere regio. Voordat het MILP-model opgelost kan worden, moet eerst de kans bepaald worden dat een ambulance van station i reageert op een oproep van locatie j . In dit onderzoek wordt dat de verzendkans genoemd en aangegeven met f_{ij} . Deze verzendkans hangt af van de fractie van tijd dat een ambulance bezet is, ook wel de bezettingstijd genoemd, en van de correctiefactoren. Deze correctiefactoren zijn nodig door de aanname dat de ambulances onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen, wat in de werkelijkheid niet het geval is. Deze verzendkansen worden bepaald met het hypercube model.

In tabel 3.1 staan de symbolen die gebruikt worden in verschillende artikelen en de dikgedrukte symbolen zijn gebruikt in dit onderzoek. In paragraaf 3.1 wordt gekeken naar de fractie van tijd dat een ambulance bezet is. Dit zal later gebruikt worden om de correctiefactor te bepalen. In paragraaf 3.2 wordt de kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep van locatie j bepaald. In paragraaf 3.3 wordt het hypercube model beschreven zoals in Budge et al. (2009). Met dat hypercube model worden de verzendkansen en de fractie van tijd dat een ambulance bezet is bepaald. In paragraaf 3.4 wordt een MILP-model beschreven zoals in Ansari et al. (2017). Hiermee worden de optimale locaties voor de ambulances bepaald en wordt het dekkingsniveau gemaximaliseerd.

3.1 Fractie van tijd dat een ambulance bezet is

In deze paragraaf wordt de fractie van tijd dat een ambulance van station i bezet is, de bezettingstijd, bepaald zoals in Larson (1985) en in Budge et al. (2009). De bezettingstijd van ambulance i wordt

Betekenis van symbool Bij Jarvis (1985) is de j een m	Ansari et al. (2017)	Budge et al. (2009)	Jarvis (1985)	Larson (1975)
Het aantal ambulances	s	s	N	N
Het aantal ambulances op station i	s_i	s_i		
Verzameling van alle open ambulancestations	I	I		
Verzameling van alle oproeplocaties	J	J		
Verzameling van alle potentiële ambulancestations	W			
Aankomstsnelheid van oproepen vanaf locatie j	λ_j	λ_j	λ_j	λ_j
Totale aankomstsnelheid van oproepen	λ	λ		λ
Het k^{de} voorkeursstation voor locatie j	b_{kj}	a_{ij}	a_{mk}	
Schatting van de gemiddelde bezettingsgraad van de ambulances	ρ	ρ	ρ	ρ
De bezettingstijd voor een ambulance van station i	r_i	r_i	ρ_i	ρ_i
De gemiddelde bezettingstijd van ambulances	r	r		r
Servicetijd voor een ambulance van station i en locatie j	τ_{ij}	τ_{ij}	τ_{im}	τ_{ij}
Gemiddelde services tijd		τ	τ	$\frac{1}{\mu}$
De kans dat n ambulances bezet zijn	P_n	P_n		P_n
De kans dat alle ambulances bezet zijn	P_s	P_s	P_N	P_N
De verzendkans, de kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep van locatie j		f_{ij}	f_{im}	f_j
De fractie van oproepen van locatie j die een ambulance van station w binnen de aanrijtijd kan bereiken	R_{wj}			

Tabel 3.1: Gebruikte symbolen.

aangegeven met r_i . De snelheid waarmee ambulances van station i nodig zijn, is gelijk aan $\sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij}$. Dit is de som over alle locaties J van de snelheid waarmee locatie j een ambulance nodig heeft, maal de kans dat die ambulance vanaf station i vertrekt. De gemiddelde servicetijd voor een oproep waar een ambulance van station i op reageert is gelijk aan $\frac{\sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij} \tau_{ij}}{\sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij}}$. Dit is de som over alle oproeplocaties

J van alle reistijden die de ambulances van station i maken om bij de oproepen van locatie j te komen, gedeeld door alle oproepen vanaf locatie j waar ambulances van station i op reageren. Het aantal bezette ambulances op station i is gelijk aan $s_i r_i$, het aantal ambulances op station i maal de fractie van tijd dat een ambulance op station i bezet is. Little's law (Graves & Little, 2008) zegt dat het gemiddeld aantal klanten in een systeem gelijk is aan de gemiddelde aankomstsnelheid van de klanten maal de gemiddelde verblijftijd van die klanten. In deze situatie betekent dat het gemiddeld aantal ambulances dat bezet is, gelijk is aan de gemiddelde aankomstsnelheid van de oproepen maal de gemiddelde servicetijd. Hieruit

volgt dat:

$$\begin{aligned}
s_i r_i &= \sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij} \cdot \frac{\sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij} \tau_{ij}}{\sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij}} = \sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij} \tau_{ij}, \\
\implies r_i &= \frac{1}{s_i} \sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij} \tau_{ij}.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

De fractie van tijd dat een ambulance bezet is, hangt dus af van de snelheid waarmee oproepen van locatie j komen, de servicetijd en de verzendkansen van station i en oproepllocatie j . De eerste twee zijn al bekend, alleen de kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep vanaf locatie j moet nog bepaald worden. Deze zogenoemde verzendkans, f_{ij} , wordt bepaald in de volgende paragraaf.

3.2 Verzendkansen

In deze paragraaf worden de verzendkansen f_{ij} bepaald. Dit is de kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep van locatie j . Op de ambulancestationen mogen meerdere ambulances staan. Als ambulancestation i het k^e voorkeursstation is van oproepllocatie j , dan wordt dit aangegeven met a_{ij} gelijk te stellen aan k . Zoals in het onderzoek van Larson (1975), Jarvis (1985) en Budge et al. (2009), wordt ook in dit onderzoek eerst aangenomen dat de ambulances onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen. Dat geeft een verzendkans die gelijk is aan het product van de kansen dat alle ambulance op de eerste $k - 1$ voorkeursstations bezet zijn maal de kans dat het k^e voorkeursstation een beschikbare ambulance heeft. Om de aanname dat de ambulances onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen te corrigeren, wordt dit nog met een correctiefactor Q_j vermenigvuldigd, net zoals in vergelijkbare onderzoeken van Larson (1975), Jarvis (1985) en Budge et al. (2009). Dit geeft:

$$f_{ij} = Q_j(s, \rho, k) \left(\prod_{l=1}^{k-1} r_{(l)j}^{s_{(l)j}} \right) (1 - r_i^{s_i}). \tag{3.2}$$

Hier is r_i de bezettingstijd gegeven door (3.1). De bezettingstijd van het l^e voorkeursstation voor oproep locatie j wordt aangegeven met $r_{(l)j}$ en het aantal ambulances op het l^e voorkeursstation voor oproep locatie j wordt aangegeven met $s_{(l)j}$.

Beschouw nu de volgende gebeurtenissen:

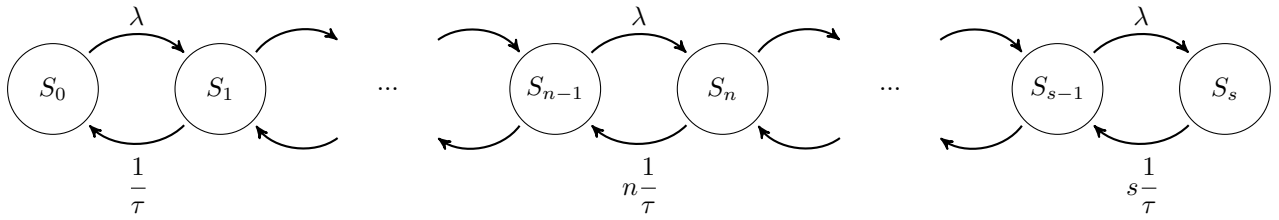
- $S_n = n$ ambulances zijn bezet,
- $B_k =$ alle ambulances op het k^e voorkeursstation zijn bezet,
- $B_{1,n} = B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n =$ alle ambulances op de eerste n voorkeursstations zijn bezet,
- $F_k =$ het k^e voorkeursstation heeft minstens één vrije ambulance.

Laat s het totaal aantal ambulances op alle stations zijn, $s_{(k)}$ het aantal ambulances op het k^e voorkeursstation en $z_{(k-1)} = s_{(1)} + s_{(2)} + \dots + s_{(k-1)}$ het totaal aantal ambulances op de eerste $k - 1$ voorkeursstations. Eerst zal de kans dat n ambulances bezet zijn bepaald worden. Deze is nodig om de correctiefactoren in paragraaf (3.2.2) te bepalen.

3.2.1 Kans dat n ambulances bezet zijn

In deze deelparagraaf wordt de kans bepaald dat n ambulances bezet zijn, welke aangegeven wordt met P_n . De schatting van de bezettingsgraad van de ambulances in het systeem per ambulance is ρ . Het totaal aantal oproepen is gelijk aan $\sum_{j=1}^J \lambda_j = \lambda$, dus λ is de snelheid waarmee ambulances nodig zijn. De gemiddelde servicetijd is τ . De totale tijd dat de ambulances bezet zijn is dan gelijk aan $\lambda\tau$. Aangezien er in totaal s ambulance zijn, geldt dat $\rho = \frac{\lambda\tau}{s}$. Het bewijs dat $P_n = \frac{(\rho s)^n P_0}{n!}$ voor $n = 1, \dots, s$ wordt gegeven met behulp van inductie, waarbij P_0 de kans is dat nul ambulances bezet zijn. Uit de Markov transitiediagram in figuur 3.1 volgt:

$$\lambda P_{n-1} = \frac{n}{\tau} P_n. \tag{3.3}$$



Figuur 3.1: Markov transitiedagram

De inductie hypothese is:

$$P_n = \frac{(\rho s)^n P_0}{n!} \quad (3.4)$$

Met (3.3) geldt voor $n = 1$:

$$P_1 = \frac{\lambda \tau P_0}{1} = \frac{\rho s P_0}{1}.$$

Dus voor $n = 1$ voldoet de inductie hypothese. Nu wordt aangenomen dat de inductie hypothese geldt voor een zekere n en wordt gekeken of deze inductie hypothese ook geldt voor $n + 1$. Uit (3.3) en (3.4) volgt:

$$P_{n+1} = \frac{\lambda \tau P_n}{n+1} = \frac{\rho s P_n}{n+1} \stackrel{(3.4)}{=} \frac{(\rho s)^{n+1} P_0}{(n+1)!}.$$

Hieruit volgt dat de inductie hypothese klopt en dat $P_n = \frac{(\rho s)^n P_0}{n!}$ voldoet voor $n = 1, \dots, s$. Door P_n te normaliseren, volgt P_0 . Dan moet gelden dat:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^s P_i &= 1 \\ \implies P_0 + \sum_{i=1}^s \frac{(\rho s)^i P_0}{i!} &= 1, \\ \implies P_0 + P_0 \sum_{i=1}^s \frac{(\rho s)^i}{i!} &= 1, \\ \implies P_0 \left(1 + \sum_{i=1}^s \frac{(\rho s)^i}{i!} \right) &= 1, \\ \implies P_0 &= \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^s \frac{(\rho s)^i}{i!}}, \\ \implies P_0 &= \frac{1}{\sum_{i=0}^s \frac{(\rho s)^i}{i!}}. \end{aligned}$$

Dus $P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^s \frac{(\rho s)^i}{i!}}$. Nu de kans bekend is dat er n ambulances bezet zijn voor $n = 0, \dots, s$, kunnen de correctiefactoren bepaald worden.

3.2.2 Correctiefactor

In deze deelparagraaf wordt beschreven hoe de correctiefactoren bepaald kunnen worden. Deze correctiefactoren zijn, zoals eerder vermeld, nodig omdat de ambulances niet onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen. Hierdoor is de kans dat ambulance i reageert op een oproep van j niet gelijk aan

$\left(\prod_{l=1}^{k-1} r_{(l)j}^{s_{(l)j}}\right) (1 - r_i^{s_1})$, met r_i , de bezettingstijd. Allereerst moet de kans bepaald worden dat het k^e voorkeursstation het eerste station is dat een vrije ambulance ter beschikking heeft. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de voorwaardelijke kansen*. Deze kans wordt gegeven door:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k) &= \mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k \cap \cup_{n=1}^s S_n) = \sum_{n=1}^s \mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k \cap S_n) \\ &\stackrel{*}{=} \sum_{n=1}^s \mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k | S_n) P_n \stackrel{*}{=} \sum_{n=1}^s \mathbb{P}(B_{1,k-1} | S_n) \mathbb{P}(F_k | B_{1,k-1} \cap S_n) P_n. \end{aligned} \quad (3.5)$$

De kans dat alle $z_{(k-1)}$ ambulances bezet zijn, gegeven dat er in totaal n ambulances bezet zijn, is $\mathbb{P}(B_{1,k-1} | S_n)$. Als er u ambulances gecontroleerd en bezet zijn, dan is de kans dat de $(u+1)^e$ gecontroleerde ambulance bezet is, gelijk aan $\frac{n-u}{s-u}$. Dit geeft:

$$\mathbb{P}(B_{1,k-1} | S_n) = \prod_{u=0}^{z_{(k-1)}-1} \frac{n-u}{s-u}. \quad (3.6)$$

De kans dat op het k^e voorkeursstation een ambulance vrij is, gegeven dat er in totaal n ambulances bezet zijn en dat alle ambulances op de eerste $k-1$ voorkeursstations bezet zijn, wordt gegeven door:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(F_k | B_{1,k-1} \cap S_n) &= 1 - \mathbb{P}(B_k | B_{1,k-1} \cap S_n) \\ &= 1 - \prod_{u=0}^{s_{(k)}-1} \frac{n - (z_{(k-1)} + u)}{s - (z_{(k-1)} + u)}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Hierbij is (3.6) gebruikt en het gegeven dat alle $z_{(k-1)}$ ambulances bezet zijn. De u uit (3.6) wordt hierdoor $z_{(k-1)} + u$. Alleen de $s_{(k)}$ ambulances op station k moeten nog gecontroleerd worden en hieruit volgt (3.7). Nu kan de kans bepaald worden dat alle ambulances op de eerste $k-1$ voorkeursstations bezet zijn en op het k^e voorkeursstations een vrije ambulance staat. Die kans wordt gegeven door (3.8). De som begint bij $n = z_{(k-1)}$ omdat voor alle $n < z_{(k-1)}$ de term in de som gelijk aan nul is. Dit komt door $\prod_{u=0}^{z_{(k-1)}-1} \frac{n-u}{s-u}$, waarbij de eerste term gegeven wordt door $u=0$ en de laatste term door $z_{(k-1)}-1$. Voor alle $n < z_{(k-1)}$ is er precies één u tussen 0 en $z_{(k-1)}-1$ waarbij $\frac{n-u}{s-u}$ gelijk aan nul is.

Uit (3.5), (3.6), (3.7) en $P_n = \frac{(\rho s)^n P_0}{n!}$ volgt:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k) &= \sum_{n=z_{(k-1)}}^{s-1} \frac{(\rho s)^n P_0}{n!} \prod_{u=0}^{z_{(k-1)}-1} \frac{n-u}{s-u} \left(1 - \prod_{u=0}^{s_{(k)}-1} \frac{n - (z_{(k-1)} + u)}{s - (z_{(k-1)} + u)} \right) \\ &= P_0 \sum_{n=z_{(k-1)}}^{s-1} \frac{(\rho s)^n}{n!} \left(\prod_{u=0}^{z_{(k-1)}-1} \frac{n-u}{s-u} - \underbrace{\prod_{u=0}^{z_{(k-1)}-1} \frac{n-u}{s-u} \prod_{u=0}^{s_{(k)}-1} \frac{n - (z_{(k-1)} + u)}{s - (z_{(k-1)} + u)}}_{*} \right) \\ &= P_0 \sum_{n=z_{(k-1)}}^{s-1} \frac{(\rho s)^n}{n!} \left(\prod_{u=0}^{z_{(k-1)}-1} \frac{n-u}{s-u} - \prod_{u=0}^{z_{(k)}-1} \frac{n-u}{s-u} \right). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Bij (*) wordt eerst de kans berekend dat de ambulances op $k-1$ stations bezet zijn en vervolgens wordt dat maal de kans gedaan dat de ambulances op het k^e voorkeursstation bezet zijn. Dat is gelijk aan de kans dat de ambulances op de eerste k voorkeursstations bezet zijn. Hier wordt ook gebruikt dat $z_{(k)} = z_{(k-1)} + s_{(k)}$. De kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep van j , f_{ij} , is gelijk aan $\mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k)$. Als de ambulances onafhankelijk van elkaar zijn, dan is de fractie van tijd dat elke ambulance bezet is gelijk aan $r = \rho(1 - P_s)$. Dit is de gemiddelde bezettingsgraad van een ambulance

maal de kans dat er minstens één ambulance beschikbaar is. Deze wordt bepaald met behulp van Little's Law (Graves Little, 2008). De lading van het systeem is de fractie van tijd dat alle ambulance bezet zijn, welke gelijk is aan rs . Little's Law geeft dat de lading van het systeem gelijk is aan het aantal klanten in het systeem maal de gemiddelde gemiddelde servicetijd, hiermee, en met $\rho = \frac{\lambda\tau}{s}$, volgt:

$$\begin{aligned} rs &= \lambda(1 - P_s)\tau, \\ \implies rs &= \lambda(1 - P_s)\frac{\rho s}{\lambda}, \\ \implies r &= \rho(1 - P_s). \end{aligned}$$

De kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep van locatie j is dan gelijk aan de kans dat de ambulances op de eerste $k - 1$ voorkeursstations bezet zijn, maal de kans dat er een ambulance op het k^e voorkeursstation beschikbaar is. De kans dat een ambulance bezet is, kan gezien worden als de fractie van tijd dat een ambulance bezet is. Vandaar dat het als volgt geschreven wordt:

$$\mathbb{P}(B_{1,k-1} \cap F_k) = Q_j(\{s_{(k)j}\}, \rho, k) r^{z^{(k-1)}} (1 - r^{s^{(k)}}). \quad (3.9)$$

Met (3.8) en (3.9) volgt:

$$Q_j(\{s_{(k)j}\}, \rho, k) = \frac{P_0 \sum_{n=z^{(k-1)j}}^{s-1} \frac{(\rho s)^n}{n!} \left(\prod_{u=0}^{z^{(k-1)j}-1} \frac{n-u}{s-u} - \prod_{u=0}^{z^{(k)j}-1} \frac{n-u}{s-u} \right)}{r^{z^{(k-1)j}} (1 - r^{s^{(k)j}})}. \quad (3.10)$$

Nu de correctiefactoren bepaald zijn, zijn de variabelen voor de vergelijking van de kans dat een ambulance van station i op een oproep van locatie j reageert bekend.

3.3 Hypercube model

Nu de correctiefactoren beschreven zijn, kunnen de bezettingstijd en verzendkansen bepaald worden. Dit wordt beschreven in deze paragraaf met een algoritme die het hypercube model benadert zoals in Budge et al. (2009). Eerst moet het volgende berekend worden:

$$\begin{aligned} b_{kj} &= \text{het } k^e \text{ voorkeursstation voor locatie } j, \\ s_{(k)j} &= s_{b_{kj}} = \text{het aantal ambulances op het } k^e \text{ voorkeursstation van locatie } j, \\ z^{(k)j} &= s_{(1)j} + s_{(2)j} + \dots + s_{(k)j}, \\ \tau_{(k)j} &= \tau_{b_{kj}j}. \end{aligned}$$

In de nulde iteratie zijn de beginwaarden voor τ en r_i gelijk aan:

$$\begin{aligned} \tau^0 &= \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j}{\lambda} \sum_{i=1}^I \frac{s_i \tau_{ij}}{s}, \\ r_i^0 &= r^0 = \lambda \tau^0 \frac{1 - P_s^0}{s}. \end{aligned}$$

τ^0 is de gemiddelde servicetijd voor de nulde iteratie. De som over alle ambulancestations I van $s_i \tau_{ij}$ is de totale servicetijd voor alle ambulances bij elkaar. Vandaar dat $\sum_{i=1}^I \frac{s_i \tau_{ij}}{s}$ gelijk is aan de gemiddelde servicetijd voor oproepen van locatie j . Het aantal oproepen vanaf locatie j ten opzichte van het totaal aantal oproepen is gelijk aan $\frac{\lambda_j}{\lambda}$. Dit geeft $\tau^0 = \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j}{\lambda} \sum_{i=1}^I \frac{s_i \tau_{ij}}{s}$. De fractie van tijd dat een ambulance van station i bezet is, is r_i . De gemiddelde fractie van tijd dat een ambulance bezet is, wordt aangegeven met r . In de nulde iteratie zijn deze twee gelijk aan elkaar. De superscripts staan voor de iteratie waar het model zich in bevindt. Zet de iteratieteller, h , nu op één en volg de stappen van het volgende iteratieve proces:

Stap 1: Gebruik τ^{h-1}, λ en s om P_0^h en P_s^h , gegeven in deelparagraaf 3.2.1, uit te rekenen.

Stap 2: Bereken V_i^h voor alle i waarbij

$$V_i^h = \sum_{j=1}^J \lambda_j \tau_{ij} Q_j(\{s_{(k)j}\}, \rho^{h-1}, a_{ij}) \prod_{l=1}^{a_{ij}-1} (r_{(l)j}^{h-1 \text{ of } h})^{s_{(l)j}}.$$

$r_{(l)j}^{h-1 \text{ of } h}$ betekent dat $r_{(l)j}^h$ gebruikt wordt als die berekend is en anders wordt $r_{(l)j}^{h-1}$ gebruikt. Met deze V_i^h worden de fracties van tijd dat ambulances bezet zijn bijgewerkt. Tijdens stap 2 worden voor steeds meer ambulancestations de waarde van r_i^h bepaald. Wanneer V_i^h berekend wordt voor een zekere i , dan zullen voor sommige ambulancestations de waarde van $r_{(l)j}^h$ al berekend zijn en voor sommige ambulancestations nog niet. Vandaar dat de meeste recente waarden voor $r_{(l)j}$ gebruikt wordt bij het berekenen van V_i^h . Als $r^{h-1} \leq 0.5$ wordt (3.11) gebruikt om de waarde van r_i bij te werken en anders wordt (3.12) gebruikt. Deze formules worden later in deze paragraaf uitgelegd, ook de reden dat twee verschillende formules gebruikt worden, wordt daar gegeven.

$$r_i^h = \frac{V_i^h}{s_i + (r_i^{h-1})^{s_i} V_i^h}, \quad (3.11)$$

$$r_i^h = \left(\frac{V_i^h}{V_i^h + \frac{s_i}{(r_i^{h-1})^{s_i-1}}} \right)^{\frac{1}{s_i}}. \quad (3.12)$$

Stap 3: Bereken f_{ij}^h, τ^h, ρ^h en r^h . Gebruik voor f_{ij} (3.2) in samenwerking met (3.10). Normaliseer deze kansen door $f_{ij}^h \leftarrow \frac{f_{ij}^h(1 - P_s^h)}{\sum_{i=1}^I f_{ij}^h}$, zodat $\sum_{i=1}^I f_{ij} + P_s = 1$. Bereken τ^h, ρ^h en r^h als volgt:

$$\begin{aligned} \tau^h &= \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j}{\lambda} \sum_{i=1}^I \frac{f_{ij}^h \tau_{ij}}{1 - P_s}, \\ \rho^h &= \frac{\lambda \tau^h}{s}, \\ r^h &= \frac{1}{s} \sum_{i=1}^I s_i r_i^h. \end{aligned}$$

Er geldt $\sum_{i=1}^I f_{ij} + P_s = 1$. Dit is ook te schrijven als $\sum_{i=1}^I f_{ij} = 1 - P_s$. $\sum_{i=1}^I \frac{f_{ij}^h \tau_{ij}}{1 - P_s}$ is het gewogen gemiddelde van de servicetijd voor oproepen van locatie j . Dit is de som over alle ambulancestations I van de kans dat een ambulance van station i reageert op een oproep van locatie j , maal de servicetijd, gedeeld door $1 - P_s$. Dit geeft een een gewogen gemiddelde van de servicetijd voor oproepen van locatie j . Om de gemiddelde servicetijd τ^h te berekenen wordt de som genomen over alle oproeplocaties J van het gewogen gemiddelde van het aantal oproepen van locatie j , welke gelijk is aan $\frac{\lambda_j}{\lambda}$, maal het gewogen gemiddelde van de servicetijd voor oproepen van locatie j . Dit geeft $\tau^h = \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j}{\lambda} \sum_{i=1}^I \frac{f_{ij}^h \tau_{ij}}{1 - P_s}$. De gemiddelde bezettingstijd van de ambulances is r^h . Het aantal ambulances per station maal de fractie van tijd dat elke ambulance op dat station bezet is, wordt gezien als de totale tijd dat alle ambulances op dat station bezet zijn. Als daarvan de som wordt genomen over alle ambulancestations I en dat gedeeld wordt door het totale aantal ambulances, geeft dat de gemiddelde bezettingstijd.

Stap 4: Als voor alle $i \in I$ geldt dat $|r_i^h - r_i^{h-1}| < \epsilon$, stop dan. Nu is een goede benadering gevonden voor de waarden van de fracties van tijd dat ambulances bezet zijn en de verzendkansen. Als $|r_i^h - r_i^{h-1}| < \epsilon$ niet geldt voor alle i , zet dan $h = h + 1$ en begin weer bij stap 1.

In stap 2 van het hypercube model wordt (3.11) gebruikt als $r^{h-1} \leq 0.5$ en anders wordt (3.12) gebruikt. Budge et al. (2009) vond dat met (3.11) r_i sneller convergeert voor systemen met weinig

oproepen en dat (3.12) juist een meer betrouwbare convergentie geeft voor systemen met veel oproepen. Vandaar dat twee verschillende vergelijkingen worden gebruikt. Aangezien r^{h-1} en r^h convergeren, wordt aangenomen dat r^{h-1} en r^h ongeveer gelijk aan elkaar zullen zijn, dus $r^{h-1} \approx r^h$. Eerst zal (3.11) worden afgeleid.

$$\begin{aligned}
r_i^h &= \frac{1}{s_i} \sum_{j=1}^J \lambda_j f_{ij} \tau_{ij} \\
\Rightarrow r_i^h &= \frac{1}{s_i} \sum_{j=1}^J \lambda_j \tau_{ij} Q_j(\{s_{(k)j}\}, \rho^{h-1}, a_{ij}) \left(\prod_{l=1}^{a_{ij}-1} (r_{(l)j}^{h-1 \text{ of } h})^{s_{(l)j}} \right) (1 - (r_i^{h-1})^{s_i}) \\
\Rightarrow r_i^h &= \frac{1}{s_i} V_i^h (1 - (r_i^{h-1})^{s_i}) \\
\Rightarrow r_i^h s_i &= V_i^h - V_i^h (r_i^{h-1})^{s_i} \\
\Rightarrow r_i^h s_i + (r_i^{h-1})^{s_i} V_i^h &= V_i^h \\
\Rightarrow r_i^h (s_i + (r_i^{h-1})^{s_i-1} V_i^h) &= V_i^h \\
\Rightarrow r_i^h &= \frac{V_i^h}{s_i + (r_i^{h-1})^{s_i-1} V_i^h}.
\end{aligned}$$

Vanaf hier kan ook (3.12) worden afgeleid.

$$\begin{aligned}
r_i^h &= \frac{V_i^h}{s_i + (r_i^{h-1})^{s_i-1} V_i^h}, \\
\Rightarrow \frac{(r_i^h)^{s_i}}{(r_i^{h-1})^{s_i-1}} &= \frac{V_i^h}{s_i + (r_i^{h-1})^{s_i-1} V_i^h}, \\
\Rightarrow \frac{(r_i^h)^{s_i}}{(r_i^{h-1})^{s_i-1}} \cdot (r_i^{h-1})^{s_i-1} &= \frac{V_i^h}{s_i + (r_i^{h-1})^{s_i-1} V_i^h} \cdot (r_i^{h-1})^{s_i-1}, \\
\Rightarrow (r_i^h)^{s_i} &= \frac{V_i^h}{V_i^h + \frac{s_i}{(r_i^{h-1})^{s_i-1}}}, \\
\Rightarrow r_i^h &= \left(\frac{V_i^h}{V_i^h + \frac{s_i}{(r_i^{h-1})^{s_i-1}}} \right)^{\frac{1}{s_i}}.
\end{aligned}$$

3.4 Het MILP-model

In deze paragraaf wordt het MILP-beschreven zoals in Ansari et al. (2017). Het MILP-model zorgt ervoor dat het dekkingsniveau gemaximaliseerd wordt door de ambulances optimaal te verdelen over een verzameling van potentiële ambulancestationen. De verzameling van potentiële ambulancestationen wordt aangegeven met W . Het aantal ambulances dat op station w geplaatst is, wordt aangegeven met s_w . Het MILP-model geeft een voorkeurslijst voor elke oproeplocatie j . Een beschikbare ambulance die zo hoog mogelijk op die lijst staat, zal reageren op een oproep van locatie j . Het MILP-model zorgt ervoor dat de werkdruk evenredig wordt verdeeld. Dus zullen de ambulances ongeveer een gelijke bezetting hebben zodat het niet zo kan zijn dat de ene ambulance het merendeel van de tijd bezet is, terwijl de andere ambulance altijd beschikbaar is. De voorkeur van een ambulance voor een oproeplocatie wordt aangegeven met p . Stel dat er twee ambulancestationen met $s_1 = 2$ en $s_2 = 1$ zijn, waarbij station 1 de eerste voorkeur is voor locatie j en station 2 de tweede voorkeur is. Dan staan voor j op ambulancestation 1 ambulances $p = 1$ en $p = 2$ en op ambulancestation 2 staat ambulance $p = 3$.

Voordat het MILP-model wordt opgesteld, worden eerst drie soorten variabelen geïntroduceerd. De eerste variabelen zijn z_{wjpm} , welke het verzendbeleid vastleggen. Er geldt:

$$z_{wjpm} = \begin{cases} 1 & \text{Als er } p - 1 \text{ ambulances staan op de stations waar } j \text{ een grotere voorkeur} \\ & \text{voor heeft dan voor station } w \text{ en er } m \text{ ambulances staan op station } w, \\ 0 & \text{Anders,} \end{cases}$$

$$\forall w \in W, \forall j \in J, \forall p = 1, \dots, s, \forall m = 1, \dots, \kappa_{wp}.$$

Hier is κ_{wp} gelijk aan $\min(c_w, s - p + 1)$, waarbij c_w de capaciteit van station w is. De capaciteit van een station geeft aan hoeveel ambulances er geplaatst kunnen worden op dit station. κ_{wp} geeft dus het minimum tussen de capaciteit van station w en het aantal ambulances die nog over zijn voor station w (en stations met een kleinere voorkeur voor j). z_{wjpm} geeft dus aan hoeveel ambulances er op station w staan en hoeveel ambulances op stations staan waar j een grotere voorkeur voor heeft dan voor w . De tweede variabelen zijn $x_{wj p}$, welke de voorkeur vastleggen van de oproeplocaties voor de stations. Er geldt:

$$x_{wj p} = \begin{cases} 1 & \text{Als } p' < p \leq s - p'', \text{ met } p' \text{ het aantal ambulances op de stations waar } j \text{ een} \\ & \text{grotere voorkeur voor heeft dan voor } w \text{ en } p'' \text{ het aantal ambulances op} \\ & \text{de stations waar } j \text{ een lagere voorkeur voor heeft dan voor } w, \\ 0 & \text{Anders,} \end{cases}$$

$$\forall w \in W, \forall j \in J, \forall p = 1, \dots, s.$$

$x_{wj p}$ geeft voor elke oproeplocatie j en elke ambulancelocatie w aan of er een ambulance op dat station staat en op welke plek die ambulance staat in de voorkeurslijst van j . $x_{wj p}$ kan ook als volgt worden uitgedrukt in $z_{wj p' m}$:

$$x_{wj p} = \sum_{p'=\max(1, p-c_w+1)}^p \sum_{m=p-p'+1}^{\kappa_{wp'}} z_{wj p' m}.$$

De eerste som sommeert over de voorkeursambulances voor j die op een hoger voorkeursstation kunnen staan dan op station w . Als voorkeursambulance p op station w staat, kunnen er minstens $p - c_w + 1$ ambulances op stations staan waar j een grotere voorkeur voor heeft en maximaal $p - 1$. Het kan voorkomen dat $p - c_w + 1$ negatief wordt. Dit kan gebeuren als de waarde van p , de p^e voorkeursambulance die op station w staat, kleiner is dan de waarde van de capaciteit van station w . Vandaar dat de eerste som begint bij een maximum van 1 en $p - c_w + 1$. De tweede som sommeert over het aantal ambulances dat op station w kan staan. Merk op dat m een aantal is, namelijk het aantal ambulances op station w , en dat p een voorkeur aangeeft, namelijk de voorkeur die oproeplocatie j heeft voor deze ambulance. Als voorkeursambulance p op station w staat en er $p' - 1$ ambulances staan op de stations waar j een grotere voorkeur voor heeft dan voor station w , dan staan er minimaal $m = p - (p' - 1) = p - p' + 1$ ambulances op station w . Vandaar dat de som begint bij $m = p - p' + 1$. De som eindigt bij $m = \kappa_{wp'} = \min(c_w, s - p' + 1)$. Er zijn in totaal s ambulances, waarvan er maximaal $p - 1$ ambulances op stations staan waar j een grotere voorkeur voor heeft dan voor station w . Als er $p' - 1$ ambulances op de stations staan waar j een grotere voorkeur voor heeft dan voor station w , dan kunnen er nog maximaal $s - (p' - 1)$ ambulances op station w geplaatst worden, mits de capaciteit dat toelaat. Vandaar dat de som eindigt bij het minimum van de capaciteit c_w en $s - p' + 1$. De term $\sum_{m=p-p'+1}^{\kappa_{wp'}} z_{wj p' m}$ is anders dan in Ansari et al. (2017). In dat onderzoek is deze term gelijk aan $\sum_{m=p-p'+1}^{\kappa_{wp}} z_{wj p m}$. Hierdoor worden in het onderzoek van Ansari et al. (2017) de ambulances meerdere keren geteld, wat een fout resultaat geeft aangezien elke ambulance precies één keer meegenomen moet worden.

Als laatste wordt nog gekeken naar de aangeboden hoeveelheid werk voor de ambulances op station w , welke aangegeven wordt met o_w . Dit is gelijk aan het totaal aantal oproepen maal de kans dat een ambulance van station w op die oproepen reageert maal de servicetijd die een ambulance van station w nodig heeft om de oproep te behandelen. Dit wordt nog maal z_{wjpm} gedaan zodat alle oproepen van oproeplocatie j die behandeld worden door een ambulance van station w precies één keer wordt

meegeteld. Dit geeft:

$$o_w = \sum_{j=1}^J \sum_{p=1}^s \sum_{m=1}^{\kappa_{wp}} \lambda_j Q_j (1 - r^m) r^{p-1} \tau_{wj} z_{wjpm}$$

Hieronder volgt het complete MILP-model met daarna een toelichting.

$$\max \sum_{w=1}^W \sum_{j=1}^J \sum_{p=1}^s \sum_{m=1}^{\kappa_{wp}} h_{wjpm} z_{wjpm} \quad (3.13)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p=1}^s \sum_{m=1}^{\kappa_{wp}} z_{wjpm} \leq 1, \quad j \in J, w \in W, \quad (3.14)$$

$$\sum_{p=1}^s \sum_{m=1}^{\kappa_{wp}} z_{wjpm} \leq s_w, \quad j \in J, w \in W, \quad (3.15)$$

$$x_{wj p} = \sum_{p'=\max(1, p-c_w+1)}^p \sum_{m=p-p'+1}^{\kappa_{wp'}} z_{wj p' m}, \quad j \in J, w \in W, p = 1, \dots, s, \quad (3.16)$$

$$\sum_{w=1}^W x_{wj p} = 1, \quad j \in J, p = 1, \dots, s, \quad (3.17)$$

$$\sum_{p=1}^s x_{wj p} = s_w, \quad j \in J, w \in W, \quad (3.18)$$

$$s_w \leq c_w, \quad w \in W, \quad (3.19)$$

$$\sum_{w=1}^W s_w = s, \quad (3.20)$$

$$o_w = \sum_{j=1}^J \sum_{p=1}^s \sum_{m=1}^{\kappa_{wp}} \lambda_j Q_j (1 - r^m) r^{p-1} \tau_{wj} z_{wjpm}, \quad w \in W, \quad (3.21)$$

$$o_w \geq (r - \delta) s_w, \quad w \in W, \quad (3.22)$$

$$o_w \leq (r + \delta) s_w, \quad w \in W, \quad (3.23)$$

$$z_{wjpm} \in \{0, 1\}, \quad \forall w \in W, \forall j \in J, p = 1, \dots, s, m = 1, \dots, \kappa_{wp},$$

$$x_{wjpm} \in \{0, 1\}, \quad \forall w \in W, \forall j \in J, p = 1, \dots, s,$$

$$s_w \in \mathbb{N}^+, \quad \forall w \in W,$$

$$o_w \in \mathbb{R}^+, \quad \forall w \in W.$$

h_{wjpm} wordt hier gegeven door $Q_j(1 - r^m)r^{p-1}\lambda_j R_{wj}$. Hierbij is $Q_j(1 - r^m)r^{p-1}$ de kans dat een ambulance van station w reageert op een oproep van locatie j met Q_j een correctiefactor omdat de ambulances niet onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen. $\lambda_j R_{wj}$ zijn het aantal oproepen van locatie j die ambulances van station w kunnen bereiken binnen de aanrijtijd. Hierbij is R_{wj} de fractie van oproepen van locatie j die ambulances van station w binnen de aanrijtijd kunnen bereiken. Deze is gelijk aan één als de reistijd van w naar j kleiner is dan de aanrijtijd en gelijk aan nul dat de reistijd langer is dan de aanrijtijd.

Het MILP-model zal nu toegelicht worden. Bij (3.13) wordt het dekkingsniveau bepaald wat gegeven wordt door het aantal oproepen dat binnen de aanrijtijd bereikt kunnen worden. Aangezien zo veel mogelijk oproepen binnen de aanrijtijd bereikt moeten worden, wordt dit dekkingsniveau gemaximaliseerd. De eerste voorwaarde (3.14) zorgt ervoor dat z_{wjpm} maar voor één combinatie van p en m en combinatie van w en j gelijk aan één mag zijn. Dit is de som over alle ambulances en de som over het aantal ambulances die op station w kunnen staan. De tweede voorwaarde (3.15) zorgt ervoor dat ambulances alleen op stations geplaatst kunnen worden die geopend zijn. Een station is geopend als er een ambulance geplaatst is. Voorwaarden (3.17) zorgt ervoor dat elke voorkeurslijst van locatie j

alle ambulancestations bevat. $x_{wj p}$ is gelijk aan één als de p^e voorkeursambulance voor j op station w staat. Vandaar dat de som over alle ambulances van $x_{wj p}$ gelijk moet zijn aan het aantal ambulances dat op station w staan. Hier zorgt de vierde voorwaarde (3.18) voor. De vijfde voorwaarde (3.19) zorgt ervoor dat er rekening wordt gehouden met de capaciteit van de stations. Immers kunnen er niet meer ambulances op een station geplaatst worden dan de capaciteit toelaat. De zesde voorwaarde (3.20) zorgt ervoor dat het aantal ambulances op de stations gelijk is aan het totale aantal ambulances. Er kunnen immers niet meer ambulances geplaatst worden dan beschikbaar zijn. De zevende en achtste voorwaarden, (3.22) en (3.23), zorgen voor een balans van de werkdruk. o_w is de aangeboden hoeveelheid werk voor de ambulances op station w deze moet, met een marge van δ , gelijk zijn aan de fractie van tijd dat een ambulance bezet is maal het aantal ambulances op station w .

3.4.1 Het iteratief proces

In deze deelparagraaf wordt een iteratief proces beschreven dat met behulp van het hypercube en MILP-model de optimale locaties voor ambulancestations bepaald. Het MILP-model, dat hierboven beschreven is, gebruikt de gemiddelde bezettingstijd van de ambulances, r . Deze gemiddelde bezettingstijd hangt af van het verzendbeleid wat verandert door het maximaliseren van het dekkingsniveau. Daarom wordt een iteratief proces gebruikt om de gemiddelde bezettingstijd van de ambulances en de verzendkansen aan te passen. Het volgende iteratieve proces wordt beschreven in Ansari et al. (2017), waarbij de superscript h staat voor de iteratie.

Stap 0: Kies een verzendbeleid. In dit onderzoek wordt het verzendbeleid gevormd door een simpele versie van het MILP-model, dat in paragraaf 3.4 beschreven is, op te lossen. Alle correctiefactoren, Q_j , worden gelijkgesteld aan één. Hierdoor wordt dus aangenomen dat de ambulances onafhankelijk van elkaar reageren op oproepen. De fractie van tijd dat iedere ambulance bezet is, is gelijk aan $r = \frac{\lambda \bar{\tau}}{s}$

waarbij $\bar{\tau} = \frac{\sum_{w=1}^W s_w \sum_{j=1}^J \lambda_j \tau_{wj}}{\lambda s}$. In Ansari et al. (2017) wordt $\bar{\tau} = \frac{\sum_{w=1}^W \sum_{j=1}^J \lambda_j \tau_{wj}}{\lambda}$ gebruikt.

In dat geval wordt voor elk potentieel ambulancestation de servicetijd meegemonen terwijl niet op elk potentiaal station een ambulance staat. Hierdoor wordt de waarde van r groter dan één wordt terwijl deze waarde tussen de nul en één moet liggen. Er wordt aangenomen dat $P_s = 0$ en δ wordt op één gezet. Los hiermee het MILP-model op. Dit geeft z_{wjpm}^0 . Gebruik z_{wjpm} en het hypercube model, beschreven in paragraaf 3.3, om de gemiddelde bezettingstijd van de ambulances, r^0 , en de correctiefactoren, Q_j^0 te

bepalen. Zet $\delta^0 = \frac{\max(r_i) - \min(r_i)}{2}$ en zet de iteratieteller t op één. Ga nu naar stap 1.

Stap 1: Los het MILP-probleem op met de meest recente waarde van de gemiddelde bezettingstijd r^{t-1} en de correctiefactoren Q_j^{t-1} . Nu kan het nieuwe verzendbeleid z_{wjpm}^t bepaald worden.

Stap 2: Maak de voorkeurslijsten a_{ij}^t en b_{kj}^t en bepaal het aantal ambulances op de geopende stations, s_i . Doe dit met behulp van het verzendbeleid z_{wjpm}^t . Bereken met behulp van a_{ij}^t en b_{kj}^t de nieuwe waarde voor de gemiddelde ambulancebezetting r^t . Doe dat met behulp van het hypercube model beschreven in paragraaf 3.3. Zet δ^t gelijk aan de standaardafwijking van de verdeling van de bezettingstijden van

de ambulances, dus $\delta^t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I (r - r_i)^2}{I}}$

Stap 3: Stop als er niet meer aan voorwaarden (3.22) en (3.23) voldaan kan worden of als de gemiddelde ambulancebezetting lager is dan een acceptabele waarde. Ga dan naar stap 4. Anders, verhoog t met één en ga terug naar stap 1.

Stap 4: Pak de laatst bepaalde a_{ij}^t en b_{kj}^t en het verzendbeleid z_{wjpm}^t . De verzendbeleid geeft de optimale ambulancelocaties en het maximale dekkingsniveau.

4

Resultaten

In dit hoofdstuk worden de resultaten beschreven van het MILP- en hypercube model dat is toegepast op twee ambulanceregio's in Nederland, namelijk Zuid-Holland Zuid en Gooi en Vechtstreek. Het model was ook toegepast op grotere regio's, maar de rekestijd die het model nodig had om voor die regio's het dekkingsniveau te maximaliseren was te groot. Hierdoor zijn in dit onderzoek geen resultaten van die regio's. Het model is geprogrammeerd in Python 2.7 met behulp van Pulp en Gurobi 8.0.0. De gebruikte Python code is te zien in Appendix B tot en met E. De data bevatten de postcodegebieden van de regio's, de grootte van de bevolking binnen deze postcodegebieden, de reistijden tussen de postcodegebieden, het gemiddelde aantal incidenten over de gehele regio en de gemiddelde servicetijd. De waarde van ϵ , die gebruikt wordt in het hypercube model, is gelijk gesteld aan 0.001. Elk postcodegebied wordt als een potentieel ambulancestation beschouwd, ongeacht of hier al een ambulancestation gevestigd is. Het aantal incidenten per postcodegebied wordt bepaald door het totale aantal incidenten in de regio te verdelen over de postcodegebieden naar verhouding van de bevolking. Hierbij wordt er vanuit gegaan dat in een postcodegebied met een hoge bevolkingsdichtheid meer incidenten plaats vinden dan in een postcodegebied met een lage bevolkingsdichtheid. De servicetijden, die afhankelijk zijn van de locatie van het ambulancestation en de oproeplocatie, zijn als volgt bepaald: eerst is de gemiddelde tijd berekend die nodig is om de patiënt te behandelen op de oproeplocatie, naar het ziekenhuis te brengen en terug naar het ambulancestation te gaan. Dit is gedaan door de gemiddelde reistijd tussen alle postcodegebieden af te halen van de gemiddelde servicetijd. De gemiddelde servicetijd was gegeven in de data. Vervolgens is voor elk tweetal postcodegebieden de reistijd tussen die gebieden daarbij opgeteld.

Voorwaarden (3.22) en (3.23) zorgen ervoor dat de werkdruk over de ambulances evenredig verdeeld moet zijn. In sommige postcodegebieden is de populatie laag. Toch zal hier een ambulance geplaatst moeten worden als dit postcodegebied niet in de buurt van een ander ambulancestation ligt. Dit zorgt ervoor dat er toch binnen de aanrijtijd een ambulance in dat postcodegebied kan zijn. Vandaar dat de δ die bij voorwaarden (3.22) en (3.23) gebruikt wordt bij elke iteratie van het MILP-model gelijk blijft aan één. Dit is anders dan beschreven is in deelparagraaf 3.4.1, aangezien hier δ verandert bij iedere iteratie. Hierdoor kan het voor komen dat het iteratieve proces niet meer uit zichzelf stopt. Vandaar dat er toegevoegd is dat het iteratieve proces moet stoppen als het dekkingsniveau, dat uit het MILP-model volgt, geconvergeerd is.

In de regio Gooi en Vechtstreek zijn vier ambulances die in veertig postcodegebieden geplaatst kunnen worden. Het maximale dekkingsniveau is bepaald uitgaande van de volgende beginlocaties van de ambulances: in postcodegebied 1217 stond één ambulance en in postcodegebied 1402 stonden drie ambulances. De uitkomsten staan in tabel 4.1.

Het is opvallend dat het dekkingsniveau bijna overal gelijk is aan 50.40% terwijl de eindlocaties van de

Capaciteit	1	2	3	4
Dekkingsniveau	50.40%	50.38%	50.40%	50.40%
Eindlocaties	1222:1, 1251:1, 1405:1, 1406:1	1222:1, 1251:1, 1405:1, 1406:1	1222:2, 1403:2	1222:4
Aantal iteraties	3	3	3	3
Rekentijd (sec)	32	38	41	42

Tabel 4.1: Het maximale dekkingsniveau voor regio Gooi en Vechtstreek. Bij de eindlocaties van de ambulances staat het eerste getal voor het postcodegebied en het tweede getal voor het aantal ambulances dat daar geplaatst is.

ambulances wel in andere postcodegebieden liggen. Bij een capaciteit van één en twee ambulances liggen de eindlocaties van de ambulances in dezelfde postcodegebieden, terwijl het dekkingsniveau verschillend is. Het dekkingsniveau bij een capaciteit van twee ambulances ligt 0.02% lager. Te zien is dat de eindlocaties van de ambulances bij een capaciteit van twee en drie ambulances verschillend zijn terwijl de capaciteit dezelfde eindlocaties toe zou laten. Het dekkingsniveau bij een capaciteit van drie ambulances is hoger dan het dekkingsniveau bij een capaciteit van twee. Hierdoor zou het voor de hand liggen dat de eindlocaties van de ambulances bij een capaciteit van twee en drie ambulances hetzelfde zijn en dat het dekkingsniveau bij een capaciteit van twee ambulances hoger zou liggen. Dit kleine procentuele verschil zou verklaard kunnen worden door numerieke fouten.

Het aantal iteraties dat het MILP-model nodig had om het dekkingsniveau te maximaliseren is bij de verschillende capaciteiten allemaal gelijk aan drie. Het aantal variabelen in het MILP-model stijgt als de capaciteit stijgt. Hierdoor neemt de rekestijd toe, wat ook te zien is in tabel 4.1.

In figuur 4.1 zijn de ambulancelocaties te zien bij een capaciteit van één en vier ambulances. In Appendix A zijn de ambulancelocaties weergegeven bij een capaciteit van twee en drie ambulances. Het aantal inwoners is hierin weergegeven met kleur. Te zien is dat niet alle ambulances in drukbevolkte gebieden liggen, maar de ambulancelocaties liggen wel centraal in het gebied.

In de regio Zuid-Holland Zuid zijn acht ambulances die in 98 postcodegebieden geplaatst kunnen worden. De beginlocaties van de ambulances lagen in de postcodegebieden 3317, 3352, 3355 en 4205 waar overal één ambulance stond en in 3273 en 4231 waar twee ambulances stonden. Het maximale dekkingsniveau is bepaald voor een capaciteit van twee en van vijf ambulances. De uitkomsten hiervan staan in tabel 4.2.

Capaciteit	2	5
Dekkingsniveau	51.10%	51.17%
Eindlocaties	3261:1, 3271:1, 3295:1, 3318:1, 3364:1, 3373:1, 4205:1, 4207:1	3261:1, 3271:1, 3295:1, 3318:1, 3364:1, 3373:1, 4205:1, 4207:1
Aantal iteraties	8	3
Rekestijd (sec)	1417	838

Tabel 4.2: Het maximale dekkingsniveau voor regio Zuid-Holland Zuid. Bij de eindlocaties staat het eerste getal voor het postcodegebied en het tweede getal voor het aantal ambulances dat daar geplaatst is.

Het dekkingsniveau ligt rond de 51%. Te zien is dat de ambulancelocaties bij beide capaciteiten hetzelfde zijn, terwijl het dekkingsniveau anders is. Dit was ook het geval bij de regio Gooi en Vechtstreek bij een capaciteit van één en twee ambulances. Deze twee dekkingsniveaus zouden hetzelfde moeten zijn wat niet het geval is. Gezien de kleine procentuele verschillen zou dit verklaard kunnen worden door numerieke benaderingen. In figuur 4.2 is te zien dat de ambulancelocaties niet allemaal in drukbevolkte gebieden liggen maar wel verspreid zijn, waardoor elk postcodegebied binnen de aanrijtijd is te bereiken. Het aantal iteraties die het MILP-model nodig had om te convergeren, is verschillend bij de diverse capaciteiten, waardoor de rekestijd ook verschillend is.

In alle hierboven genoemde gevallen ligt het dekkingsniveau erg laag, terwijl in werkelijkheid het dekkingsniveau rond de 95% ligt. Vandaar dat er ook gekeken wordt wat er met het dekkingsniveau gebeurt als de correctiefactoren in het MILP-model weggelaten worden. Deze resultaten zijn te zien in

tabellen 4.3 en 4.4.

Het dekkingsniveau is nu overal boven de 99%. Dit erg hoog, maar is vergeleken met het werkelijke dekkingsniveau dat rond de 95% ligt wel realistischer.

Capaciteit	1	2	3	4
Dekkingsniveau	99.94%	99.98%	99.17%	99.98%
Eindlocaties	1223:1, 1403:1, 1405:1, 1412:1	1223:1, 1251:1, 1405:1, 1406:1	1222:3, 1403:1	1222:4
Aantal iteraties	2	2	2	3
Rekentijd (sec)	30	34	35	37

Tabel 4.3: Het maximale dekkingsniveau voor de regio Gooi en Vechtstreek zonder de correctiefactoren. Bij de eindlocaties van de ambulances staat het eerste getal voor het postcodegebied en het tweede getal voor het aantal ambulances dat daar geplaatst is.

Capaciteit	2	5
Dekkingsniveau	99.92%	99.93%
Eindlocatie	2969:1, 3261:1, 3281:1, 3295:1, 3315:1, 4205:1, 4207:1, 4225:1	3261:1, 3286:1, 3295:1, 3318:1, 1164:1, 4205:1, 4207:1, 4225:1
Aantal iteraties	2	3
Rekentijd (sec)	616	1264

Tabel 4.4: Het maximale dekkingsniveau voor de regio Zuid-Holland Zuid zonder de correctiefactoren. Bij de eindlocaties van de ambulances staat het eerste getal voor het postcodegebied en het tweede getal voor het aantal ambulances dat daar geplaatst is.

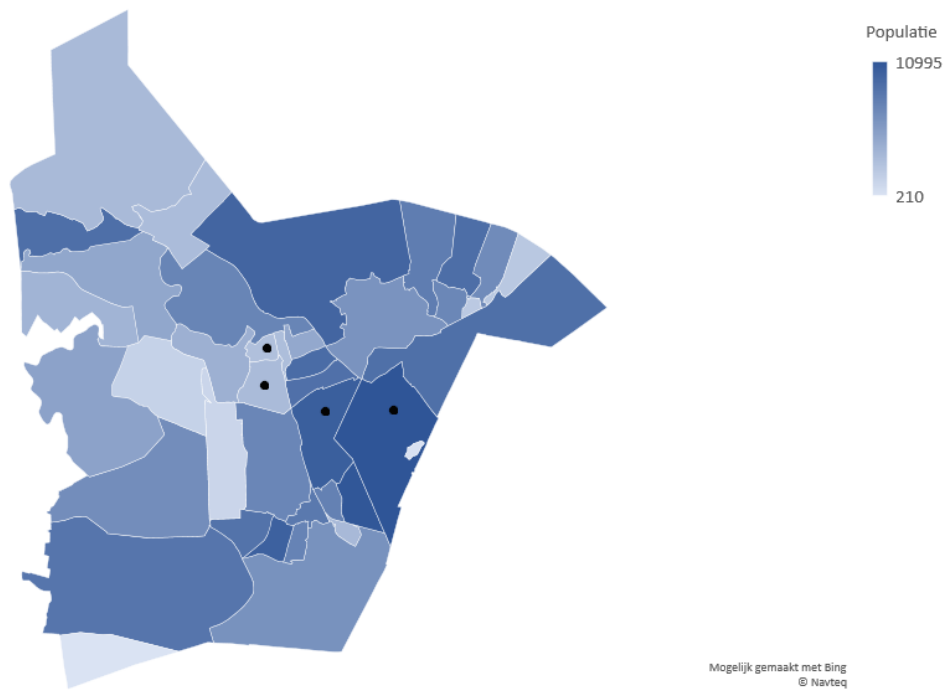
Voor regio Gooi en Vechtstreek veranderen de ambulancelocaties als de correctiefactoren worden weggelaten in het MIP-model, wat te zien is in tabel 4.3 en als figuur 4.1 vergeleken wordt met figuur 4.3. Ondanks dat de ambulancelocaties niet veel van elkaar verschillen is het dekkingsniveau wel erg gestegen. Aangezien bij alle capaciteiten de ambulances geplaatst kunnen worden zoals gedaan is bij een capaciteit van twee ambulances, valt het op dat het dekkingsniveau bij een capaciteit van twee ambulances hoger is dan bij een capaciteit van één en drie ambulances.

Voor regio Zuid-Holland Zuid zijn de ambulancelocaties ook veranderd. Dit is te zien in tabel 4.4 en is ook te zien als figuur 4.2 vergeleken wordt met figuur 4.4. Echter zijn de ambulancelocaties niet erg verschillend van elkaar.

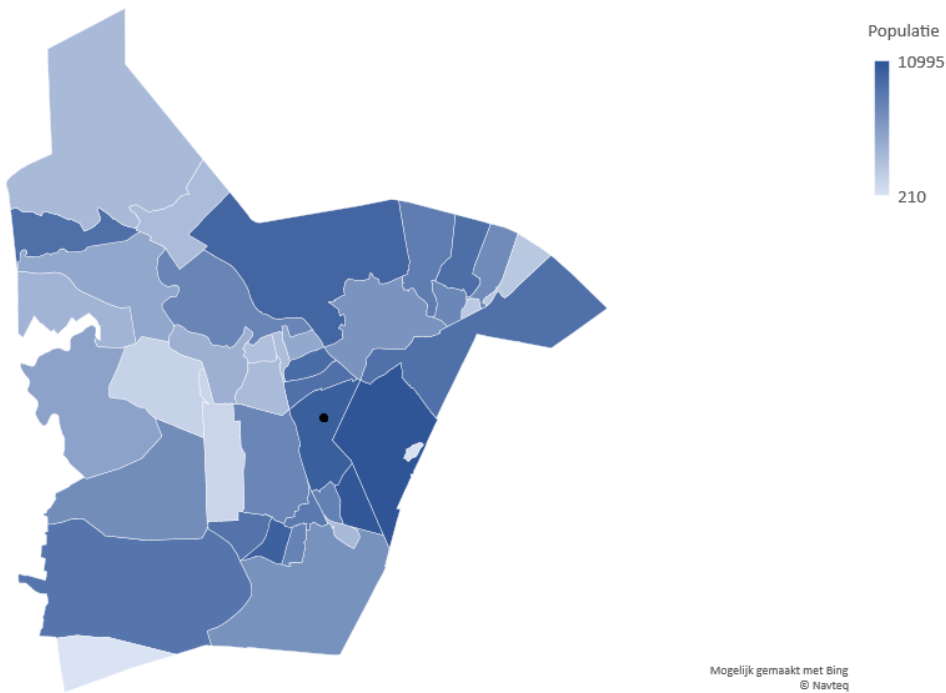
De ambulancelocaties bij de regio Gooi en Vechtstreek liggen centraal en bij de regio Zuid-Holland Zuid liggen de ambulancelocaties verspreid door de grootte en vorm van het gebied. De eindlocaties van de ambulances die verkregen zijn met behulp van het MILP-model zonder correctiefactoren zijn niet hetzelfde als de beginlocaties van de ambulances. Deze eindlocaties liggen echter wel in de buurt van de beginlocaties maar dan meer in de richting van de drukbevolkte postcodegebieden. Het aantal incidenten in de regio Gooi en Vechtstreek is gemiddeld 10.184 per jaar. Dat komt neer op ongeveer één oproep per uur. In de regio Zuid-Holland Zuid zijn gemiddeld 21.005 incidenten per jaar. Dat zijn ongeveer twee oproepen per uur. Hierdoor lijkt een dekkingsniveau van 99% realistischer dan een dekkingsniveau van 50%. Er zal verder onderzoek nodig zijn om de oorzaak achter de twee verschillende dekkingsniveaus te vinden.

Als voor beide regio's de eindlocaties, die verkregen zijn met behulp van het MILP-model zonder correctiefactoren, vergeleken worden met de beginlocaties valt het op dat deze niet hetzelfde zijn. Wel liggen deze eindlocaties in de buurt van de beginlocaties. De beginlocaties van de ambulances in de regio Gooi en Vechtstreek lagen centraal, de eindlocaties van de ambulances liggen nog steeds centraal maar zijn verschoven naar drukbevolkte postcodegebieden, dit geldt voor de capaciteiten van één tot en met vier ambulances. Het dekkingsniveau is daardoor van ongeveer 95% gestegen naar ongeveer 99%. De beginlocaties van de ambulances in de regio Zuid-Holland Zuid lagen verspreid over het gebied waardoor overal binnen de aanrijtijd een ambulance kon zijn. De eindlocatie van de ambulances liggen nog steeds verspreid over het gebied. Ook in deze regio zijn de ambulancelocaties naar meer drukbevolkte

postcodegebieden verschoven, dit geldt voor de capaciteiten van twee en vijf ambulances. Hierdoor is het dekkningsniveau van ongeveer 95% gestegen naar ongeveer 99%

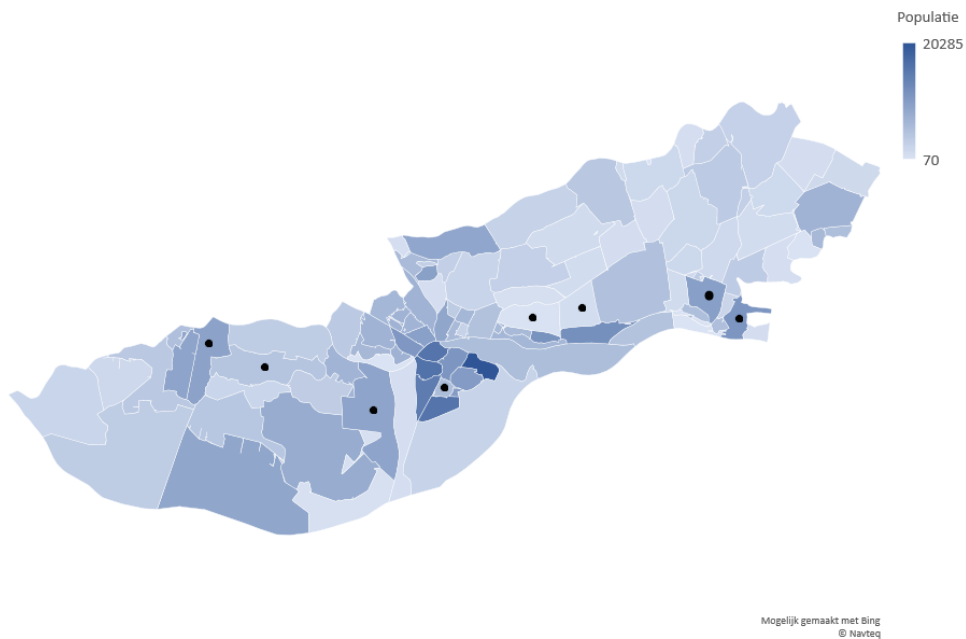


(a) Ambulancelocaties bij een capaciteit van één ambulance

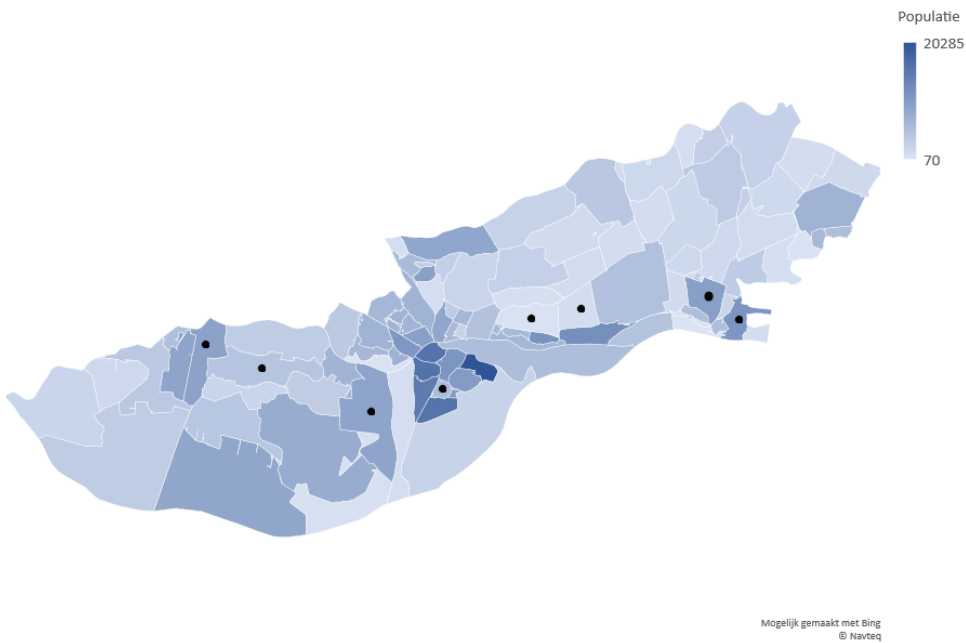


(b) Ambulancelocaties bij een capaciteit van vier ambulances

Figuur 4.1: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestation voor de regio Gooi en Vechtstreek bij een capaciteit van één en vier ambulances.

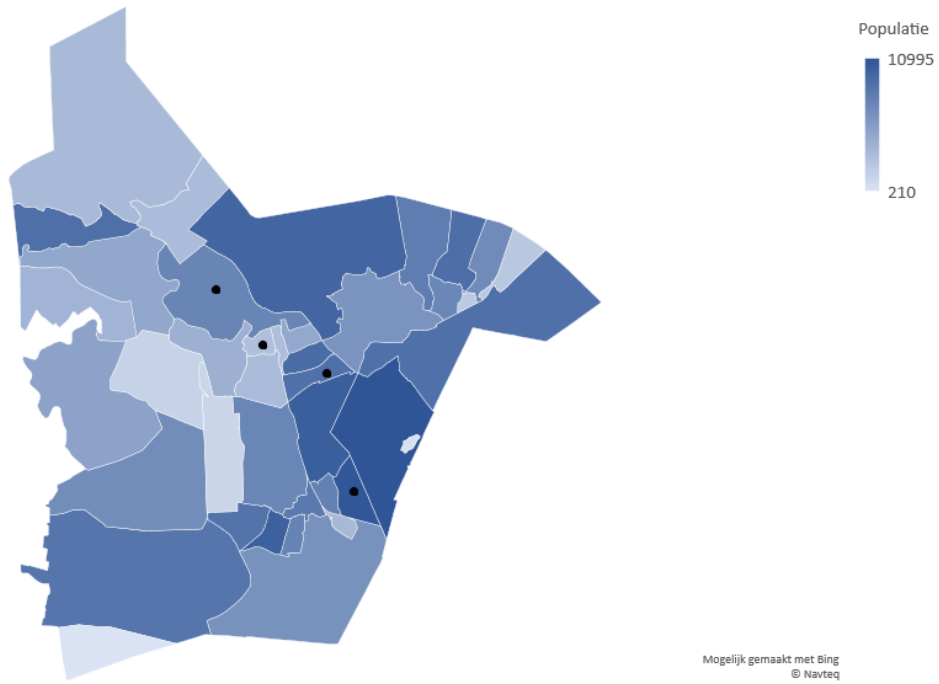


(a) Ambulancelocaties bij een capaciteit van twee

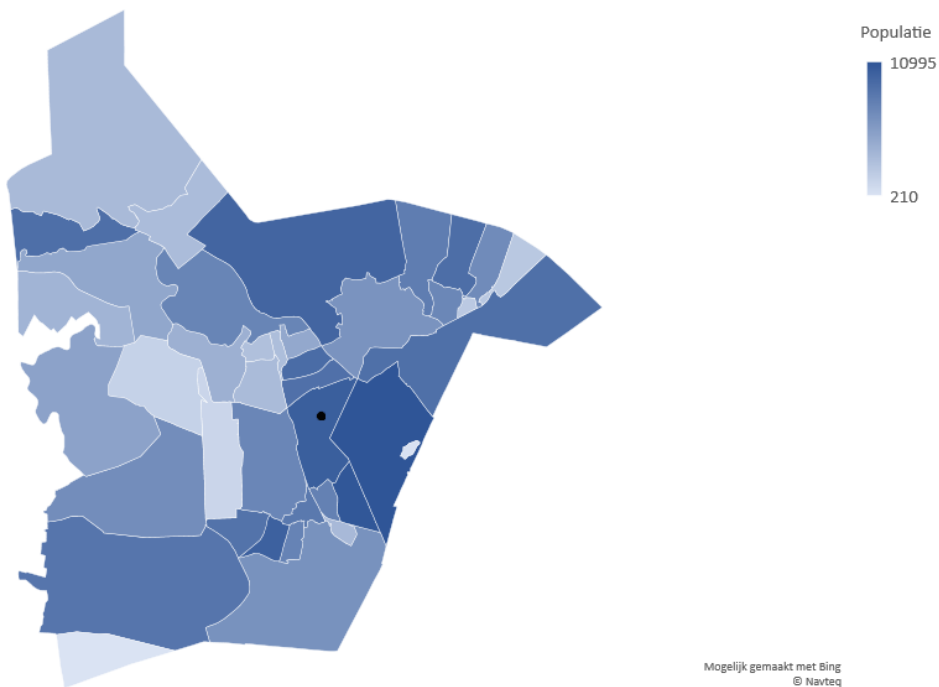


(b) Ambulancelocaties bij een capaciteit van vijf

Figuur 4.2: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestation voor de regio Zuid-Holland Zuid.

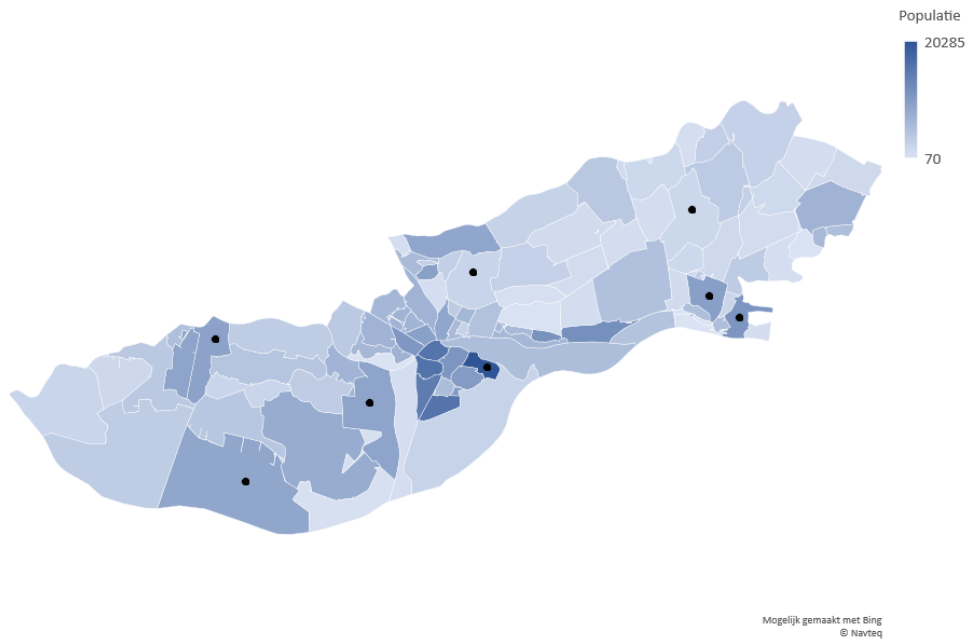


(a) Ambulancelocaties bij een capaciteit van één

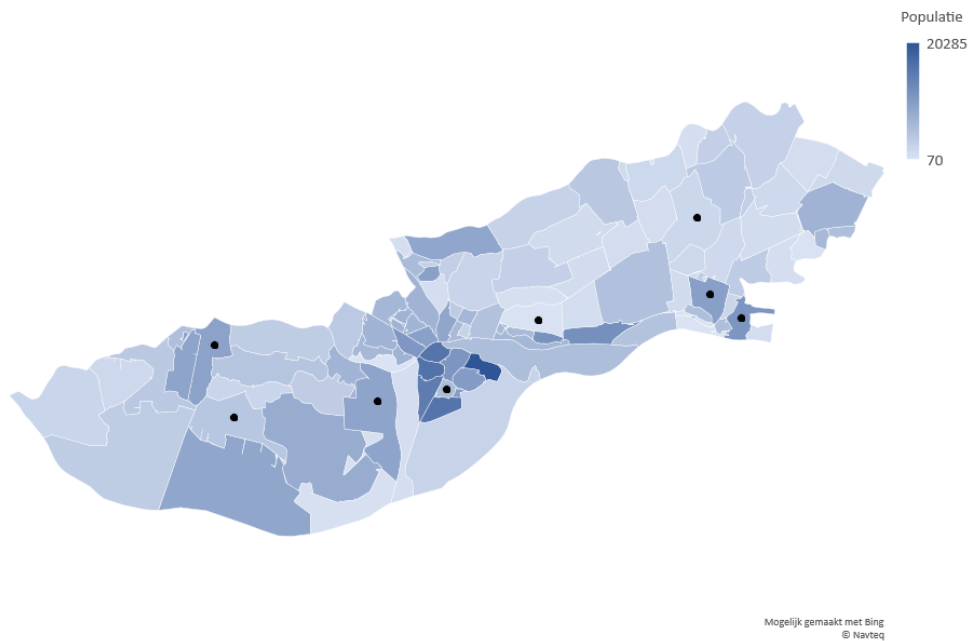


(b) Ambulancelocaties bij een capaciteit van vier

Figuur 4.3: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestation zonder correctiefactoren voor de regio Gooi en Vechtstreek.



(a) Ambulancelocaties bij een capaciteit van twee



(b) Ambulancelocaties bij een capaciteit van vijf

Figuur 4.4: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestation voor de regio Zuid-Holland Zuid die verkregen zijn met behulp van het MILP-model zonder correctiefactoren.

5

Conclusie en Discussie

In dit onderzoek is gekeken naar optimale ambulancelocaties om het dekkingsniveau te maximaliseren. Dit is van belang omdat levens gered kunnen worden als een ambulance binnen de aanrijtijd op de oproeplocatie aanwezig is. Met het hypercube en MILP-model zijn voor twee regio's ambulancelocaties bepaald. Door de onverwachte resultaten zijn de ambulancelocaties bepaald met en zonder de correctiefactoren in het MILP-model.

Alleerst was er gekeken naar de ambulancelocaties die volgens het MILP-model met correctiefactoren optimaal zouden moeten zijn. Deze locaties zijn bepaald bij verschillende capaciteiten van de ambulancestations. De ambulancelocaties lagen voor beide regio's niet in de meest drukbevolkte gebieden maar wel op locaties zodat qua afstand overal binnen de aanrijtijd een ambulance kon zijn. Voor beide regio's viel het op dat het dekkingsniveau erg laag was, rond de 50%, terwijl deze in werkelijkheid juist hoog ligt, rond de 95%. Wat ook opviel is dat het dekkingsniveau bij diverse capaciteiten even hoog lag, echter waren de ambulances wel op andere posities geplaatst. Gezien het lage dekkingsniveau kan het best mogelijk zijn dat verschillende verdelingen van de ambulancelocaties hetzelfde dekkingsniveau geven.

Vervolgens is gekeken naar de locaties van de ambulancestations die het MILP-model gaf zonder de correctiefactoren. Deze lagen aanzienlijk hoger voor beide regio's. Dit hoge dekkingsniveau lijkt realistischer omdat het meer in de buurt ligt van het werkelijke dekkingsniveau. Echter zouden de correctiefactoren er juist voor zorgen dat het model realistischer zou zijn. Er is verder onderzoek nodig om te verklaren waarom het MILP-model in dit geval realistischere waarden geeft zonder de correctiefactoren.

Wat ook opviel was dat de ambulancestations ongeveer op dezelfde locaties werden geplaatst door het MILP-model met en zonder correctiefactoren, terwijl het dekkingsniveau erg verschillend was. Deze uitkomst is niet zoals verwacht. Het zou voor de hand liggen dat de ambulances anders geplaatst zouden zijn of dat de dekkingsniveaus dichter bij elkaar zouden liggen. Verder onderzoek is nodig om hier een verklaring voor te vinden.

Doordat het dekkingsniveau dat berekend is met het MILP-model zonder correctiefactoren dichter bij het werkelijke dekkingsniveau ligt, lijkt dat model de optimale ambulancelocaties te geven. Bij de regio Gooi en Vechtstreek is het dekkingsniveau het hoogst bij een capaciteit van twee en vier ambulances. De gegeven ambulancelocaties bij deze capaciteiten, zie figuur 4.3 en A.3, zullen dan de optimale ambulancelocaties zijn voor de regio Gooi en Vechtstreek. Bij de regio Zuid-Holland Zuid was het dekkingsniveau het hoogst bij een capaciteit van drie ambulances. De ambulancelocaties die gegeven zijn bij die capaciteit, zie figuur 4.4, zullen de optimale ambulancelocaties zijn voor de regio Zuid-Holland Zuid. Door een aantal nog onverklaarbare uitkomsten moeten deze resultaten met enige voorzichtigheid geïnterpreteerd worden.

Zowel bij het MILP-model met en zonder correctiefactoren liep de rekentijd op met de capaciteit. Dit komt doordat het MILP-model meer variabelen heeft als de capaciteit groeit. Ook liep de rekentijd op naarmate het MILP-model meer iteraties nodig had om te convergeren. Voor grote regio's, die uit veel oproeplocaties en potentiële ambulancelocaties bestaan, kan met dit model geen resultaat verkregen worden. Dit komt doordat het MILP-model veel variabelen nodig heeft om het dekkingsniveau te maximaliseren voor deze regio's. Hieruit blijkt dat het model niet geschikt is voor een grote dataset.

De eerste stap in vervolgonderzoek is naar de oorzaak zoeken van het lage dekkingsniveau bij het MILP-model met correctiefactoren. Hierdoor zou de uitkomst realistischer kunnen worden en zou er ook verklaard kunnen worden waarom de eindlocaties van de ambulances niet heel erg verschillen maar het dekkingsniveau wel.

Om een nog realistischer model te maken zou in vervolgonderzoek onderscheid gemaakt kunnen worden tussen levensbedreigende en niet-levensbedreigende oproepen. Ook zou het aantal oproepen per locatie bepaald kunnen worden aan de hand van de gegevens uit het verleden in plaats van de populatieverdeling. In bijvoorbeeld een winkelcentrum waar veel mensen komen, kunnen veel incidenten plaatsvinden terwijl het aantal inwoners in dat gebied laag kan zijn. Dit kan misleidend zijn en daarom kan het beter zijn om met gegevens uit het verleden te werken dan met de verdeling van de bevolking. Hierdoor kunnen de resultaten een betere representatie van de werkelijkheid weergeven.

Het model zou eventueel uitgebreid kunnen worden door de toevoeging dat meerdere ambulances mogen reageren op één oproep. Het kan bij een groot incident voor komen dat meerdere ambulances nodig zijn. Het model dient rekening te houden met dergelijke situaties. Dit soort uitzonderlijke situaties zijn echter niet meegenomen in dit onderzoek.

6

Bronnenlijst

Ambulancezorg. (z.d.). Geraadpleegd op 21 juni 2018, van <https://www.ravu.nl/home/ambulancezorg/112endan>

Ansari, S., McLay, L., & Mayorga, M. E. (2017). A Maximum Expected Covering Problem for District Design. *Transportation Science*, 51(1), 376-390. doi:<https://doi.org/10.1287/trsc.2015.0610>

Budge, S., Ingolfsson, A., & Erkut, E. (2009). Technical Note-Approximating Vehicle Dispatch Probabilities for Emergency Service Systems with Location-Specific Service Times and Multiple Units per Location. *Operations Research*, 57(1), 251-255. doi:<https://doi.org/10.1287/opre.1080.0591>

Cooper, R. B. (1981). *Introduction to Queueing Theory* (2e ed.). New York: North Holland.

Graves, S. C., & Little, J. D. C. (2008). Little's Law. doi: 10.1007/978-0-387-73699-0

Jarvis, J. P. (1985). Approximating the Equilibrium Behavior of Multi-Server Loss Systems. *Management Science*, 31(2), 235-239. doi:<https://doi.org/10.1287/mnsc.31.2.235>

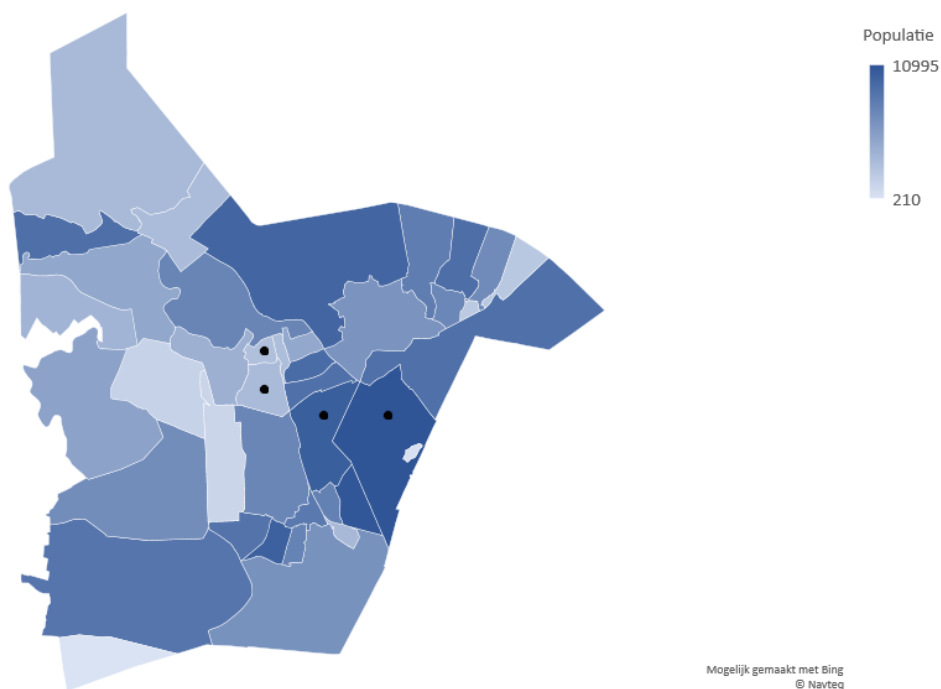
Larson, R. C. (1975). Approximating the Performance of Urban Emergency Service Systems. *Operations Research*, 23(5), 845-868. doi:<https://doi.org/10.1287/opre.23.5.845>

Tijms, H. C. (2003). *A First Course in Stochastic Models*. Amsterdam, Nederland: Wiley.

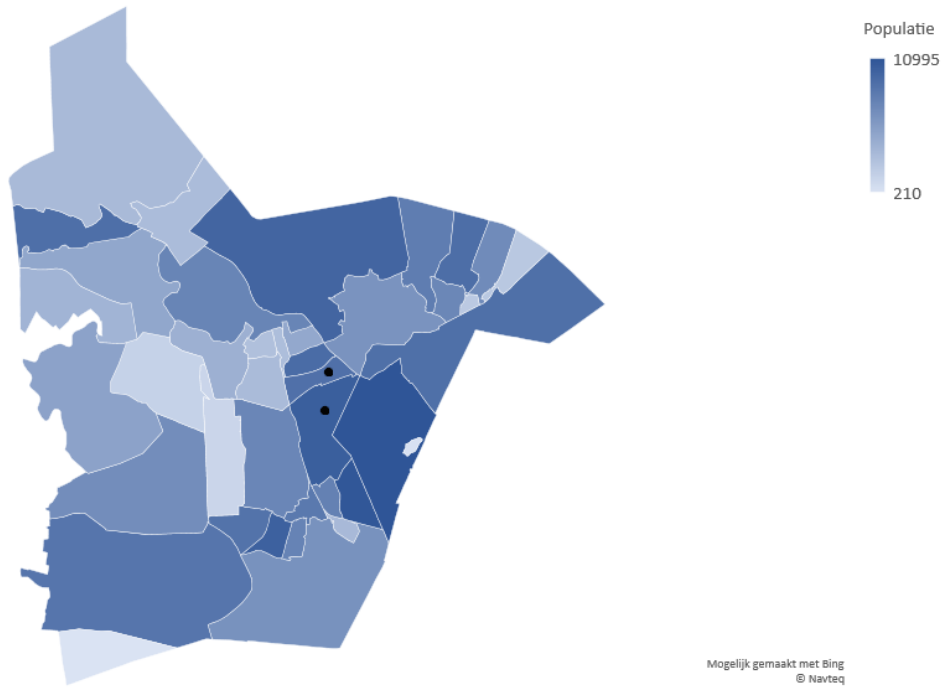
A

Verdeling ambulances voor de regio Gooi en Vechtstreek

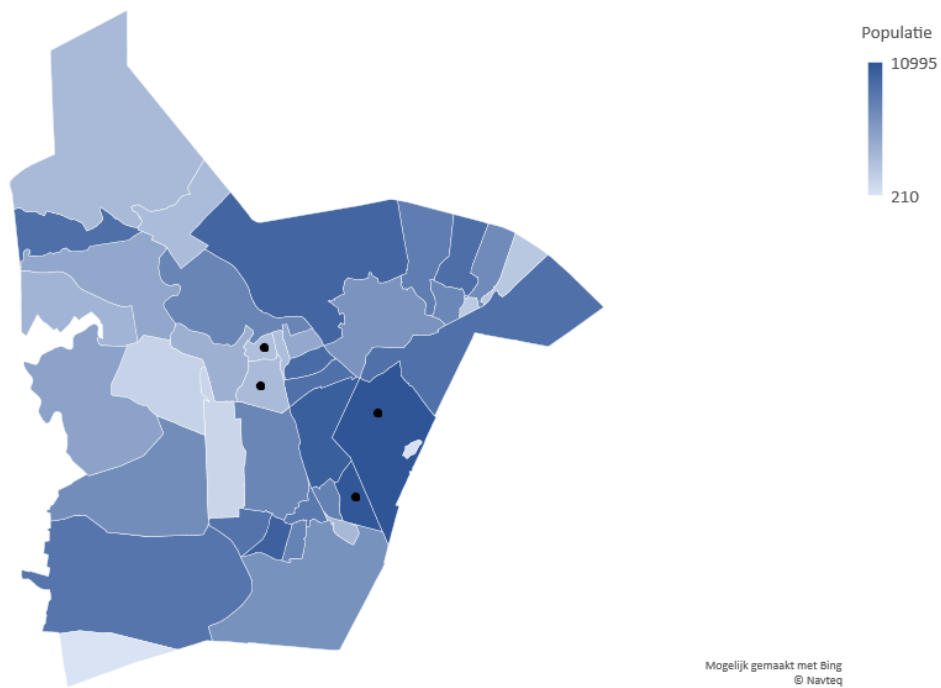
De verdeling van de populatie van de regio Gooi en Vechtstreek. In de figuren staan ook de verdelingen van de ambulancelocatie bij een capaciteit van twee en drie ambulances die gevonden zijn met behulp van het MILP-model met en zonder correctiefactoren.



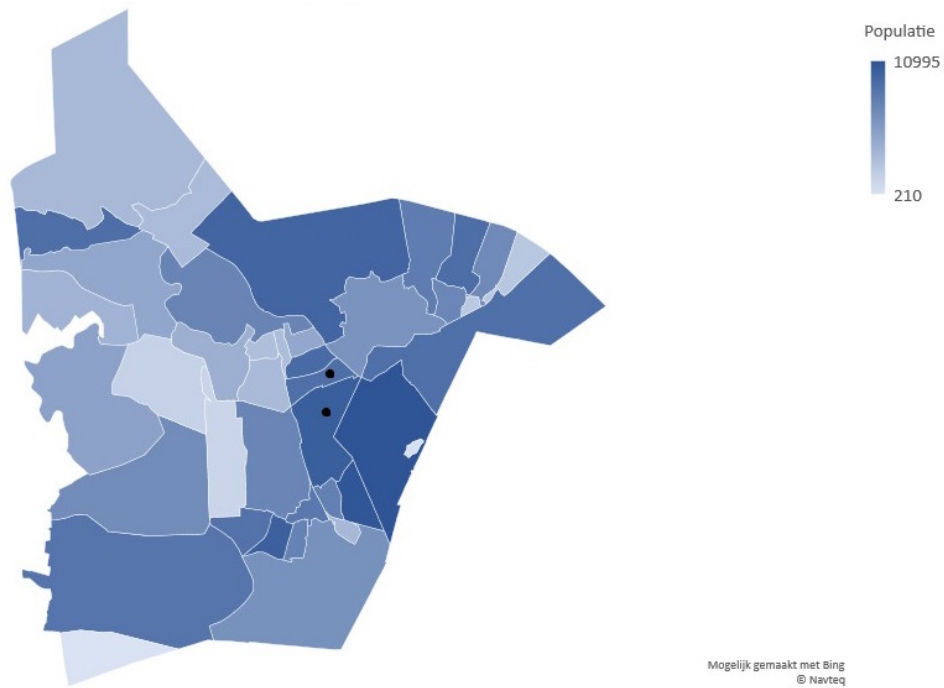
Figuur A.1: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestation voor de regio Gooi en Vechtstreek bij een capaciteit van twee ambulances.



Figuur A.2: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestation voor de regio Gooi en Vechtstreek bij een capaciteit van drie ambulances.



Figuur A.3: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestations zonder correctiefactoren voor de regio Gooi en Vechtstreek bij een capaciteit van twee ambulances.



Figuur A.4: Verdeling van de bevolking en de locaties van de ambulancestations zonder correctiefactoren voor de regio Gooi en Vechtstreek bij een capaciteit van drie ambulances.

B

Code data importeren

De code waarmee de data in python is geïmporteerd. Dit is hier gedaan voor de regio Gooi en Vechtstreek. De gegevens van de andere regio's zijn op dezelfde manier geïmporteerd

```
1 import xlrd
2
3 ##Importeren van de reistijden
4 workbook = xlrd.open_workbook('/Users/michaeldemiranda/Documents/BEPLisa/DataNederland/
5 coverage14.xlsx')
6 worksheet = workbook.sheet_by_name('Blad1')
7
8 ##Importeren van de oproeplocaties
9 data_locaties = []
10 J=0
11 input_filelocaties = open('/Users/michaeldemiranda/Documents/BEPLisa/DataNederland/
12 population14.txt', 'r')
13 for line in input_filelocaties:
14     data_knip=line.split('\t')
15     data_knip[1]=float(data_knip[1])
16     data_locaties.append(data_knip)
17     J = J+1
18 input_filelocaties.close()
19
20 W=J
21
22 ##Aantal ambulances op de goede loacties zetten (handmatig doen met de postcodes)
23 ##Voor regio Gooi en Vechtstreek
24 for w in data_locaties:
25     if w[0] == '1217':
26         w.append(1)
27     elif w[0] == '1402':
28         w.append(3)
29     else:
30         w.append(0)
```

```

31
32 s = 4
33 t = 10184 ##Aantal incidenten in een regio per jaar
34
35 ##r bepalen
36 lamj = []
37 for j in data_locaties:
38     lamj.append(j[1])
39
40 lijsttau_0 = []
41 for i in range(W):
42     lijsttau_00 = []
43     for j in range(J):
44         lijsttau_00.append((t/sum(lamj)*data_locaties[i][1])/(365*24*60.))*
45             float(data_locaties[i][2]*(worksheet.cell(i,j).value/60.+35.))
46     lijsttau_0.append(sum(lijsttau_00))
47 tau = float(sum(lijsttau_0))/((t/(365*24*60.))*s)
48
49 r = t/(365*24*60.)*tau/s

```

C

Code hypercube model

De Python code die gebruikt is om het hypercube model te implementeren.

```
1 from math import *
2
3 ##aantal incidenten per locatie
4 lamj = []
5 for j in data_locaties:
6     lamj.append(j[1])
7 lam_j=[]
8 for j in data_locaties:
9     lam_j.append((t/sum(lamj)*float(j[1]))/(365*24*60.))
10
11 ##Waarden lamda
12 lam = sum(lam_j)
13 print lam
14
15 ##P_0 en P_n definieren
16 def P_0(tau):
17     som = []
18     for i in range(0,s+1):
19         breuk = (float(lam*tau)**i)/factorial(i)
20         som.append(breuk)
21     p0 = 1/(1+sum(som))
22     return p0
23
24 def P_n(n,tau):
25     pn = ((lam*tau)**n*P_0(tau))/(factorial(n))
26     return pn
27
28 ##Beginwaarden bepalen
29 lijsttau_0 = []
30 for i in data_ambulances:
31     lijsttau_00 = []
```



```

32     for j in range(D.J):
33         p = 0
34         while i[0] != D.data_locaties[p][0]:
35             p = p+1
36             lijsttau_00.append(D.t/sum(D.lamj)*D.data_locaties[p][1]/(365*24*60.)*
37                 float(D.data_locaties[p][2]))*(D.worksheet.cell(p, j).value)/60.+35.))
38     lijsttau_0.append(sum(lijsttau_00))
39
40 tau_h = float(sum(lijsttau_0))/(lam*D.s)
41 r_i_0 = lam*tau_h*(1-P_n(s,tau_h))/D.s
42 r_h = lam*tau_h*(1-P_n(s,tau_h))/D.s
43 rho_h=(float(lam)*tau_h)/float(D.s)
44
45
46 ##Product definiëren
47 def prod(lijst):
48     prod=1
49     for i in range(0,len(lijst)):
50         prod=prod*lijst[i]
51     return prod
52
53 ##Eerste product in de Q
54 def prod1(z_k1j,n):
55     deel1 = []
56     for u in range(0,int(z_k1j)):
57         deel1.append((float(n)-u)/(D.s-u))
58     return prod(deel1)
59
60
61 ##Tweede product in de Q
62 def prod2(z_kj,n):
63     deel2 = []
64     for u in range(0,int(z_kj)):
65         deel2.append((float(n)-u)/(D.s-u))
66     return prod(deel2)
67
68 ##Functie die nodig zijn in het hypercubemodel
69 def Qj(r_h,j,w,tau_hh):
70     if 'a,'+str(w+1)+'/'+str(j+1) in voorkeurslijst:
71         p = 1
72         while kopie_z_wjpm[w+1,j+1,p,voorkeurslijst['a,'+str(w+1)+
73             '',''+str(j+1)]][-1]].varValue != 1:
74             p = p+1
75         som = []
76         for n in range(p-1,D.s):
77             som.append(((rho_h*D.s)**n)/factorial(n)*(prod1(p-1,n)-
78                 prod2(p-1+voorkeurslijst['a,'+str(w+1)+'/'+str(j+1)]][-1],n)))
79         return (hm.P_0(tau_h)*sum(som)/(r_h**(p-1)*
80             (1-r_h**voorkeurslijst['a',''+str(w+1)+'/'+str(j+1)]][-1])))
81     else:
82         return 0
83
84 def V_i(i,r_i_h,tau_h):
85     lst2 = []
86     for j in range(0,D.J):
87         p = 0

```

```

88     while i[0] != D.data_locaties[p][0]:
89         p = p+1
90     k = voorkeurslijst['a','+str(p+1)','+str(j+1)'][0]
91     lst = []
92     for l in range(0,k-1):
93         lst.append(float(dict_r_i[D.data_locaties[positie['b','+str(l+1)'],'+
94             str(j+1)]]-1][0]] [-1]**float(D.data_locaties[positie['b','+str(l+1)'],'+
95             str(j+1)]]-1][2]))
96     h = prod(lst)
97     lst2.append(float(lam_j[j])*float(D.worksheet.cell(p,j).value+35)*
98         Qj(r_h,j,p,tau_h)*h)
99     return float(sum(lst2))
100
101 def f(i,j,r_h,tau_h):
102     lst = []
103     p = 0
104     while i[0] != D.data_locaties[p][0]:
105         p = p+1
106     k = voorkeurslijst['a','+str(p+1)','+str(j+1)'][0]
107     for y in range(0,k-1):
108         lst.append(dict_r_i[D.data_locaties[positie['b','+str(y+1)'],'+
109             str(j+1)]]-1][0]] [-1]**float(D.data_locaties[positie['b','+str(y+1)'],'+
110             str(j+1)]]-1][2]))
111     return Qj(r_h,j,p,tau_h)*hm.prod(lst)*(1-dict_r_i[D.data_locaties[positie
112         ['b','+str(k)'],'+str(j+1)]]-1][0]] [-1]**float(D.data_locaties
113         [positie['b','+str(k)'],'+str(j+1)]]-1][2]))
114
115 ##Dictionaries van de bezettingstijden en verzendkansen
116 r_i_eerste = 1000
117 dict_r_i = {}
118 for i in data_ambulances:
119     dict_r_i[i[0]]= [r_i_eerste, hm.r_i_0]
120
121 dict_f_ij = {}
122 dict_i = {}
123 for i in data_ambulances:
124     dict_j = {}
125     for j in range(0,D.J):
126         dict_j[j] = [f(i,j,r_h,tau_h)]
127     dict_i[i[0]] = dict_j
128
129 ##Convergentiewaarden
130 eps = 0.001
131
132 ##Het hypercube model
133 def Hypercube(tau_h,rho_h,r_h):
134     for i in data_ambulances:
135         while abs(float(dict_r_i[i[0]] [-1])-float(dict_r_i[i[0]] [0]))>=eps:
136             for i in data_ambulances:
137                 if dict_r_i[i[0]] [-1] <= 0.5:
138                     dict_r_i[i[0]] = [dict_r_i[i[0]] [-1],V_i(i,dict_r_i[i[0]] [-1],
139                         tau_h)/(float(i[2])+dict_r_i[i[0]] [-1]**(float(i[2])-1)*
140                         V_i(i,dict_r_i[i[0]] [-1],tau_h))]
141                 else:
142                     dict_r_i[i[0]] = [dict_r_i[i[0]] [-1],(V_i(i,dict_r_i[i[0]] [-1],
143                         tau_h)/(V_i(i,dict_r_i[i[0]] [-1],tau_h)+(float(i[2])/

```

```

144         (dict_r_i[i[0]][-1]**(float(i[2])-1))))**(1/float(i[2]))]
145 for j in range(0,D.J):
146     lstij = []
147     for i in data_ambulances:
148         lstij.append(dict_i[i[0]][j][-1])
149     for i in data_ambulances:
150         dict_i[i[0]][j] = [dict_j[j],dict_j[j][-1]*
151             (1-hm.P_n(D.s,tau_h))/sum(lstij)]
152
153     lst1 = []
154     for j in range(0,D.J):
155         lst2 = []
156         for i in data_ambulances:
157             q = 0
158             while i[0] != D.data_locaties[q][0]:
159                 q = q+1
160                 lst2.append((f(i,j,r_h,tau_h)*(D.worksheet.cell(q,j).value/60+35))
161                     /(1-hm.P_n(D.s,tau_h)))
162             lst1.append((hm.lam_j[j]/float(hm.lam))*sum(lst2))
163     tau_h = sum(lst1)
164     rho_h = (float(hm.lam)*tau_h)/float(D.s)
165     lst_r = []
166     for i in range(0,len(data_ambulances)):
167         lst_r.append(float(data_ambulances[i][2])*
168             dict_r_i[data_ambulances[i][0]][-1])
169     r_h = sum(lst_r)/float(D.s)
170 return dict_r_i, r_h

```

D

Code voorkeurslijsten

De Python code om de voorkeurslijsten te maken.

```
1  #####Voorkeurslijsten maken#####
2  ##Voorkeursfunctie definiëren
3  def voorkeur(j,p):
4      for w in range(1,D.W+1):
5          for m in range(1, min(cw,D.s-p+1)+1):
6              if z_wjpm[w,j,p,m].varValue == 1.0:
7                  w1=w
8                  m1=m
9      return w1, m1
10
11  ##Dictionary voor voorkeurslijsten maken
12  voorkeurslijst = {}
13  positie = {}
14
15  ##Alle ambulancesstations op nul ambulances zetten
16  for w in D.data_locaties:
17      w[2] = 0
18
19  ##Voorkeurslijst maken
20  for j in range(1,D.J+1):
21      p = 1
22      q = 1
23      while p <= D.s:
24          w , m = voorkeur(j,p)
25          voorkeurslijst['a'+','+str(w)+','+str(j)]=q,m
26          positie['b'+','+str(q)+','+str(j)]= w
27          D.data_locaties[w-1][2] = m
28          p = p+m
29          q = q+1
```

E

Code MILP-model

De Python code die gebruikt is om het MILP-model te implementeren.

```
1 from math import *
2 from pulp import *
3 from gurobipy import *
4 import DataNederland14 as D
5
6 ##Startwaarden
7 r = D.r
8
9 def Qj(r_h,j,w,tau_h):
10     return 1
11 delta = 1
12 tau_h = D.tau_h
13 r_h = D.r_h
14 rho_h = D.rho_h
15
16 ##Capaciteit, kappa en dekkingstijd
17 cw = 2
18 kappawp = 2
19 dekkingstijd = 15
20
21 ##Definities voor in de doelfunctie
22 def R_wj(w,j):
23     if D.worksheet.cell(w-1,j-1).value/60+35 <= dekkingstijd:
24         a = 1
25     else:
26         a = 0
27     return a
28 def h_wjpm(w,j,p,m):
29     if D.data_locaties[w-1][2] == 0:
30         return 0
31     else:
```

```

32         return (1-r**m)*r**(1-p)*float(D.t/D.data_locaties[j-1][1]/(365*24*60.))*
33             float(R_wj(w,j))*Qj(r,j-1,w-1,tau_h)
34
35
36     ####MILP maken####
37     ##Variabelen definieren
38     z_wjpm = LpVariable.dicts('z_wjpm', ((w,j,p,m) for w in range(1,D.W+1)
39         for j in range(1,D.J+1) for p in range(1,D.s+1)
40         for m in range(1,min(cw,D.s-p+1)+1)), lowBound = 0, cat= 'Integer')
41
42     x_wjp = LpVariable.dicts('x_wjp', ((w,j,p) for w in range(1,D.W+1)
43         for j in range(1,D.J+1) for p in range(1,D.s+1)
44         for m in range(1,min(cw,D.s-p+1)+1)), lowBound = 0, cat= 'Integer')
45
46     o_w = LpVariable.dicts('o_w', ((w) for w in range(1,D.W+1)), cat = 'Continuous')
47
48     y_w = LpVariable.dicts('y_w', ((w) for w in range(1,D.W+1)), cat = 'Integer')
49
50     print z_wjpm[1,1,1,1].varValue
51     ##Model maken
52     model = LpProblem('Ambulances', LpMaximize)
53
54     ##Doelfunctie
55     model += lpSum([z_wjpm[w,j,p,m]*h_wjpm(w,j,p,m) for w in range(1,D.W+1)
56         for j in range(1,D.J+1) for p in range(1,D.s+1)
57         for m in range(1,min(cw,D.s-p+1)+1)])
58
59     ##Voorwaarden
60     ##Vergelijking 2
61     for j in range(1,D.J+1):
62         for w in range(1,D.W+1):
63             model += lpSum([z_wjpm[w,j,p,m] for p in range(1,D.s+1)
64                 for m in range(1,min(cw,D.s-p+1)+1)])<=1
65
66     ##Vergelijking 3
67     for j in range(1,D.J+1):
68         for w in range(1,D.W+1):
69             lpSum([z_wjpm[w,j,p,m] for p in range(1,D.s+1)
70                 for m in range(1,min(cw,D.s-p+1)+1)])<= y_w[w]
71
72     ##Vergelijking 4
73     for w in range(1,D.W+1):
74         for j in range(1,D.J+1):
75             for p in range(1,D.s+1):
76                 model += x_wjp[w,j,p] == lpSum([z_wjpm[w,j,q,m]
77                     for q in range(max(1,p-cw+1),p+1)
78                     for m in range(p-q+1,min(cw,D.s-q+1)+1)])
79
80     ##Vergelijking 5
81     for j in range(1,D.J+1):
82         for p in range(1,D.s+1):
83             model += lpSum([x_wjp[w,j,p] for w in range(1,D.W+1)])==1
84
85     ##Vergelijking 6
86     for j in range(1,D.J+1):
87         for w in range(1,D.W+1):

```

```

88         model += lpSum([x_wjp[w,j,p] for p in range(1,D.s+1)]) == y_w[w]
89
90     ##Vergelijking 7
91     for w in range(1,D.W+1):
92         model += y_w[w] <= cw
93
94     ##Vergelijking 8
95     model += lpSum([y_w[w] for w in range(1,D.W+1)]) == D.s
96
97     ##Vergelijking 9 ###Q moet hier nog bij!!!
98     for w in range(1,D.W+1):
99         model += o_w[w] == lpSum([hm.lam_j[j-1]*(1-r**m)*r**(p-1)*
100             (D.worksheet.cell(w-1,j-1).value/60+35)
101             *Qj(r,j-1,w-1,tau_h)*z_wjpm[w,j,p,m]
102             for j in range(1,D.J+1) for p in range(1,D.s+1)
103             for m in range(1,min(cw,D.s-p+1)+1)])
104
105     ##Vergelijking 10 en 11
106     for w in range(1,D.W+1):
107         model += o_w[w] >= (r-delta)*y_w[w]
108         model += o_w[w] <= (r+delta)*y_w[w]
109
110     ## model.writeLP('Ambulances.lp')
111     model.solve(GUROBI_CMD())

```